TIENENIE V ELEKTROMAGNETICKOM POLI

Úloha

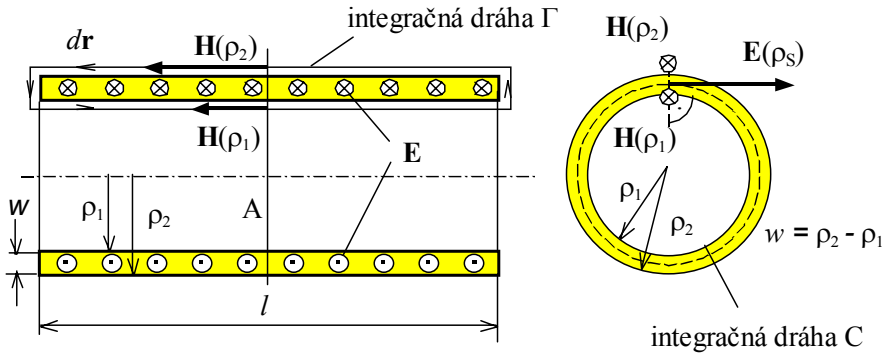
1. Duté tieniace valce sú zhotovené z materiálu so špecifickou vodivosťou σ. Vypočítajte frekvenciu (f_c) pri ktorej nadobudne činiteľ tienenia v axiálnom usporiadaní hodnotu $k_t = \sqrt{2}$.

2. Pri každom z valcov stanovte experimentálne aj teoreticky hodnotu k_t pri frekvenciách $\frac{f}{f_c} = \frac{1}{5}, \frac{1}{2}, 1, 2, 5, 10$, to isté urobte pri frekvencii f = 10 kHz.

3. Pri frekvencii f = 10 kHz porovnajte experimentálne výsledky (odmerané na troch rozličných valcoch) s teoretickou závislosťou činiteľa tienenia k_t na faktore w/ϑ^2.

Analýza úlohy

Budeme vyhodnocovať tieniaci účinok tenkostenných valcov zhotovených z vodivého, nemagnetického materiálu. Vnútorný resp. vonkajší polomer valcov je ρ_1, resp. ρ_2, (hrúbka $w = \rho_2 - \rho_1$). Zdrojom elektromagnetického poľa bude harmonickým prúdom napájaná solenoidálna cievka, ktorá je len o niečo väčšia ako do jej vnútra axiálne zasunutý valec. Čím väčšia je dĺžka l valca v porovnaní s jeho priemerom $2\rho_2$ resp. $2\rho_1$, tým viac sa elektromagnetické pole v rovine kolmej na os valca preloženej v polovici jeho dĺžky (rovina A na obr.1) blíži k prípadu nekonečne dlhého usporiadania. Ak dĺžka vlny λ, ktorá prislúcha danej frekvencii vo voľnom priestore je oveľa väčšia ako polomer valca, môžeme elektromagnetické pole v ľubovolnom mieste považovať za určené okamžitou hodnotou prúdu $i(t)$ v budiacej cievke (takéto pole nemá charakter šíriacich sa elektromagnetických vĺn). Pri nekonečne dlhom valci a nekonečne dlhej budiacej cievke mal by vektor intenzity magnetického poľa $\mathbf{H} = H_z\mathbf{u}_z$ všade presne axiálny (osový) smer $\mathbf{u}_z$, a pri $\rho < \rho_1$ by bola jeho veľkosť konštantná (t.j. nezávislá od súradnice ρ). Aj v takomto prípade by sa však v stene valca ($\rho_1 < \rho < \rho_2$) intenzita so zmenou súradnice ρ menila. Vektor intenzity elektrického poľa $\mathbf{E} = E_\varphi\mathbf{u}_\varphi$ by v diskutovanom prípade bol orientovaný azimutálne ($\mathbf{u}_\varphi$), to znamená tangenciálne k ľubovolnej kružnici ktorá leží v rovine kolmej na os valca a má stred na tejto osi. Nakoniec pripomeňme, že tangenciálne zložky E_t a H_t vektorov intenzity **E** a **H** prechádzajú cez rozhranie spojite.

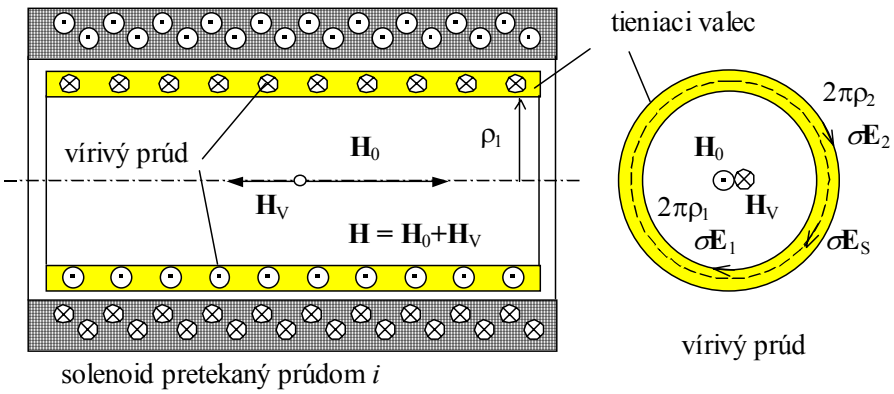


Obr.1 Dutý, vodivý valec s axiálnou magnetickou a azimutálnou elektrickou zložkou elektromagnetického poľa.

Podľa prvej z Maxwellových rovníc: $rot\mathbf{H} = \sigma\mathbf{E} + \varepsilon_0 \frac{d\mathbf{E}}{dt}$ v objeme valca (dobrý vodič, $\sigma \approx 10^7$S/m, $\varepsilon_0 = 8.854\times10^{-12}$F/m, $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$H/m,) bude až do extrémne vysokých frekvencií $\sigma\mathbf{E} >> \varepsilon_0 \frac{d\mathbf{E}}{dt}$, keďže $\sigma >> \omega\varepsilon_0$. Preto môžeme použiť zjednodušenú rovnicu: $rot\mathbf{H} = \sigma\mathbf{E}$. Druhá Maxwellova rovnica ostane pri tomto (tzv. Kvázistacionárnom) priblížení nezmenená: $rot\mathbf{E} = -\mu_0 \frac{d\mathbf{H}}{dt}$. Aplikovaním integrálnej formy prvej z rovníc (zákon prietoku: $\oint_\Gamma \mathbf{H}\cdot d\mathbf{r} = i$) po dráhe Γ, na obr.1, obchádzanej v smere proti pohybu hodinových ručičiek, dostávame v komplexnej reprezentácii: $\left[\mathsf{H}(\rho_2) - \mathsf{H}(\rho_1)\right]l \approx \sigma\mathsf{E}(\rho_1)wl$, kde $w = \rho_2 - \rho_1$. Pri <u>približnom</u> výpočte fázora prúdu J sme použili hodnotu prúdovej hustoty $J_1 = \sigma\mathsf{E}(\rho_1)$ na vnútornom plomere. Vírivý prúd je v objeme vodivého valca orientovaný azimutálne (v smere vektora **E**) a jeho hustota sa v závislosti na polomere (ρ) mení. Pri dostatočne malej hrúbke w ju môžeme však považovať takmer za konštantnú. Z druhej Maxwellovej rovnice, po integrácii (Faradayov zákon: $\oint_C \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r} = -\frac{d\Psi}{dt}$) po kruhovej dráhe s polomerom ρ_1 (kružnica C, na obr.1, obchádzaná v smere pohybu hodinových ručičiek) bude v komplexnej reprezentácii: $2\pi\rho_1\mathsf{E}(\rho_1) = j\omega\mu\pi\rho_1^2\mathsf{H}(\rho_1)$, keďže pri $\rho < \rho_1$ je intenzita H konštantná. Z tu uvedených rovníc vypočítame vzťah medzi fázormi intenzity magnetického poľa na vonkajšej a vnútornej strane valca $\mathsf{H}(\rho_2) \cong \mathsf{H}(\rho_1)\left(1 + j\frac{w\rho_1}{\vartheta^2}\right)$, kde $\vartheta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}}$ je charakteristický parameter – tzv. hĺbka vniku (elektromagnetického vlnenia). K magnetickému poľu vo vnútornom priestore dutého valca ($\rho < \rho_1$) prispieva okrem prúdu $i(t)$ v soleniodálnej cievke (pole $\mathbf{H}_0$) aj vírivý prúd tečúci stenou valca (pole $\mathbf{H}_V$). Obe polia sú navzájom opačne orientované. V priestore okolo dutého valca ($\rho > \rho_2$) prispieva k tvorbe poľa len prúd tečúci solenoidom $i(t)$.

Účinok tienenia možno vyhodnotiť ako podiel intenzity $H_0(\rho_1)$ poľa vo vnútornom priestore (na polomere ρ_1) bez prítomnosti tieniaceho valca - k intenzite $H(\rho_1)$ v tom istom mieste za prítomnosti tieniaceho valca. Bez valca je pole v objeme solenoidu približne homogéne: $H_0(\rho_1) \approx H_0(\rho_2)$. Intenzita poľa na výstupe zdroja–žiariča (tu solenoidálna cievka napájaná prúdom $i(t)$), musí byť v oboch prípadoch rovnaká $H_0(\rho_2) = H(\rho_2)$. Pri dodržaní tejto podmienky je tieniaci činiteľ daný absolutnou hodnotou výrazu

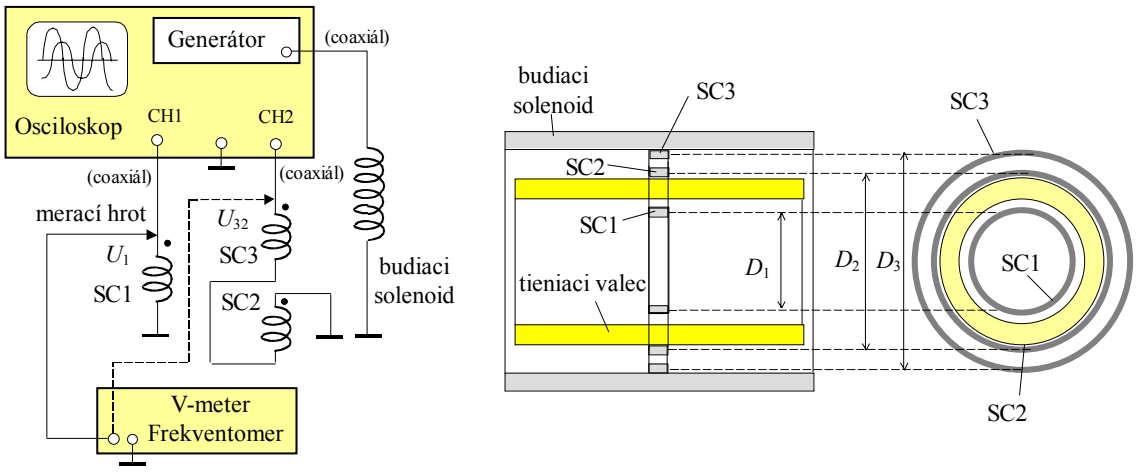
$$k_t = \frac{H_0(\rho_1)}{H(\rho_1)} = \frac{H_0(\rho_2)}{H(\rho_1)} = \frac{H(\rho_2)}{H(\rho_1)} = \left|\frac{\mathsf{H}(\rho_2)}{\mathsf{H}(\rho_1)}\right| = \sqrt{1 + (\frac{w\rho_1}{\vartheta^2})^2}\ .$$



Obr.2 Tieniaci efekt - dôsledok vírivých prúdov

Postup pri meraní

Z požadovanej rovnosti $k_t = \sqrt{2}$, vyplýva $w\rho_1 = \vartheta^2$. Z výrazu pre hĺbku vniku ϑ, pri známej vodivosti σ, stanovíme hodnotu $f_c = 1/(\mu_0\sigma\pi w\rho_1)$ pre každý z troch tieniacich valcov. Vonkajšie elektromagnetické pole, ktorého pole **H** má vzhľadom na valec axiálny smer, vytvoríme budiacim solenoidom napájaným striedavým prúdom $i(t)$, podľa obr. 3. Tieniaci efekt vyhodnotíme na základe merania takto. Okrem snímacej cievky (SC1) - vo vnútornom priestore zostavy, použijeme ďalšie dve cievky (SC2, SC3) umiestnené na vonkajšej strane tieniaceho valca, tesne pod vinutím solenoidu, obr.3. Ak tieto cievky zapojíme do série a proti sebe (koniec SC3 je spojený s koncom SC2) odčíta sa magnetický tok cievky SC2 od toku cievky SC3. Viazaný bude len tok vymedzený medzikružím daným strednými priemermi D_3, D_2 cievok SC3 a SC2 a aktívna plocha (anti-sériovo zapojených cievok) $S_{32} = \frac{\pi}{2}(D_3^2 - D_2^2)$. Amplitúda U_{2m}, napätia ktoré snímajú, bude priamoúmerná amplitúde intenzity magnetického poľa H_{2m} na vonkajšej strane tieniaceho valca. Cievka SC1, so stredným priemerom D_1 a aktívnou plochou $S_1 = \frac{\pi}{2}D_1^2$, sníma tok vo vnútri tieniaceho valca. Amplitúda U_{1m} napätia indukovaného v tejto cievke je priamoúmerá amplitúde intenzity H_{1m} na vnútornej strane valca., Z odmeraných efektívnych hodnôt napätia U_{32} (na anti-sériovo spojených cievkach SC3, SC2) a U_1 (na cievke SC1) určíme koeficient tienenia podľa vzťahu: $k_t = \frac{H_{2m}}{H_{1m}} = \frac{U_{32}N_1D_1^2}{U_1(N_3D_3^2 - N_3D_2^2)}$, kde N_1, N_2, N_3 sú počty závitov jednotlivých cievok.



Obr. 3 Schéma zapojenia

Tieniaci efekt by sme mohli vyhodnotiť aj z napätia indukovaného len v samotnej cievke SC1 - umiestnenej vo vnútornom priestore experimentálnej zostavy. V takomto prípade by však potrebné merať raz pri zasunutom valci raz bez neho. Pretože solenoid nie je napájaný z ideálneho zdroja, prúd by sa zmenil pri zmene frekvencie, zasunutí či vybratí tieniaceho valca. Po každej zmene v meracej zostave by preto bolo potrebné (úpravou výstupného napätia generátora) dostaviť amplitúdu I_m resp. efektívnu hodnotu I_{ef} prúdu $i(t)$ na vopred zvolenú konštantnú hodnotu. Ak index "V" zodpovedá napätiu (poľu) vo vnútornom priestore pri zasunutom tieniacom valci a index "0" napätiu (poľu) vo vnútornom priestore bez valca, koeficient tienenia sa určí zo vzťahu: $k_t = \left.\frac{H_{0m}}{H_{Vm}}\right|_{I=konst} = \left.\frac{U_0}{U_V}\right|_{I=konst}$. Keď používame na meranie jednu a tú istú cievku, pri vyhodnocovaní tieniaceho účinku (ako pomeru napätí) nezáleží ani na jej aktívnej ploche ani na počte jej závitov.

Prístroje a zariadenie: Preladitelný generátor harmonického signálu, digitálny multimeter, oscilograf. Budiaci solenoid: l = 15 cm, N = 300 závitov; cievka SC1: D_1 = 30 mm, N_1 = 66, závitov; cievka SC2: D_2 = 47 mm, N_2 = 35 závitov; cievka SC3: D_3 = 52 mm, N_3 = 35 závitov. Tieniace valce: ρ_1= 20 mm vo všetkých prípadoch. Valec 1: w = 0.75 mm, mosadz; valec 2: w = 0.45 mm, mosadz; valec 3: w = 0.1 mm, bronz. Špecifická vodivosť mosadze $\sigma = 1.33\cdot10^7$ S/m, bronzu $\sigma = 1.92\cdot10^7$ S/m.

Spracovanie výsledkov

Výsledky merania a výpočtu podľa bodov 1 a 2 uveďte tabelárne. Teoretickú závislosť a experimentálne výsledky podľa bodu 3 vyneste do spoločného grafu, pre frekvenciu použite lineárnu mierku.

Poznámka 1

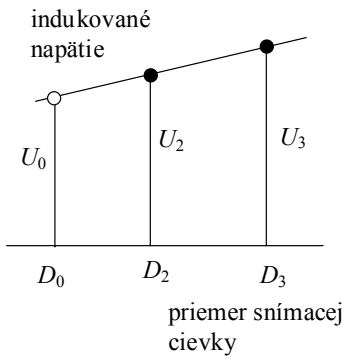
Napätie indukované v snímacej cievke kruhového prierezu (S) za predpokladu rovnomernosti (homegenity) magnetického poľa $H(t)$ je:

$$u_i(t) = \frac{d\Psi(t)}{dt} = N\frac{d\Phi(t)}{dt} = NS\frac{dB(t)}{dt} = NS\mu_0\frac{dH(t)}{dt} = NS\mu_0\omega H(t) = NS\mu_0 2\pi f H(t)$$

kde N- je počet závitov cievky, ω – je kruhová frekvencia resp. f – je frekvencia harmonického priebehu budiaceho prúdu $i(t)$. Efektívna hodnota napätia meraná V-metrom je potom: $U_{ef} = NS\mu_0 2\pi f H_m / \sqrt{2}$ $= 4.44\mu_0 NSf H_m$. Pole v priereze cievky SC3 a cievky SC2 nie je homogénne (pole v tieiacom valci je iné ako je pole v jeho dutine) viete zdôvodniť prečo sme mohli napriek tomu použiť tento vzorec aj pri výpočte rozdielu napätia v cievkach SC3 a SC2?

Poznámka 2

Technika dvoch snímacích cievok umožňuje spôsobom naznačeným na obrázku odhadnúť tangenciálnu zložku poľa prakticky na vonkajšom povrchu valca (kde priame meranie nie je možné). Z dvoch známych hodnôt nameraných na rôznych polomeroch (čierne body, D_3,U_3 a D_2,U_2) stanovíme pravdepodobnú hodnotu (biely bod D_0,U_0) lineárnou extrapoláciou – predpokladáme, že všetky tri body ležia na jednej priamke: $U_0 = \frac{D_3U_2 - D_2U_3 + D_0(U_3 - U_2)}{D_3 - D_2}$. Symboly U_1, U_2, U_0 tu predstavujú napätie prepočítané na jeden závit cievky. (Prečo?)



Poznámka 3

V závislosti od nastavenej frekvencie na osciloskope pozorujeme fázový posun napätia vnútornej cievky (SC1) voči napätiu vonkajších cievok (SC2, SC3). Porovnajte toto pozorovanie s prípadom keď v zostave nie je zasunutý vodivý válec a pokúste sa podať prijateľné vysvetlenie!

Poznámka 4

Čo sa dá vyvodiť z rozdielu napätia meraného pomocou: (1) cievky SC2 resp. SC3 prípadne s cievkami SC2, SC3 spojenými súhlasne do série (koniec SC2 spojený so začiatkom SC3) a (2) cievky SC1? Ako tieto hodnoty súvisia s (tangenciálnymi) zložkami H_{2m} a H_{1m} na vonkajšej a na vnútornej strane valca? Zdôvodnite! (Uvážte pritom že intenzita poľa H v objeme tieniaceho valca je funkciou súradnice ρ).