Tienenie v magnetostatickom poli.

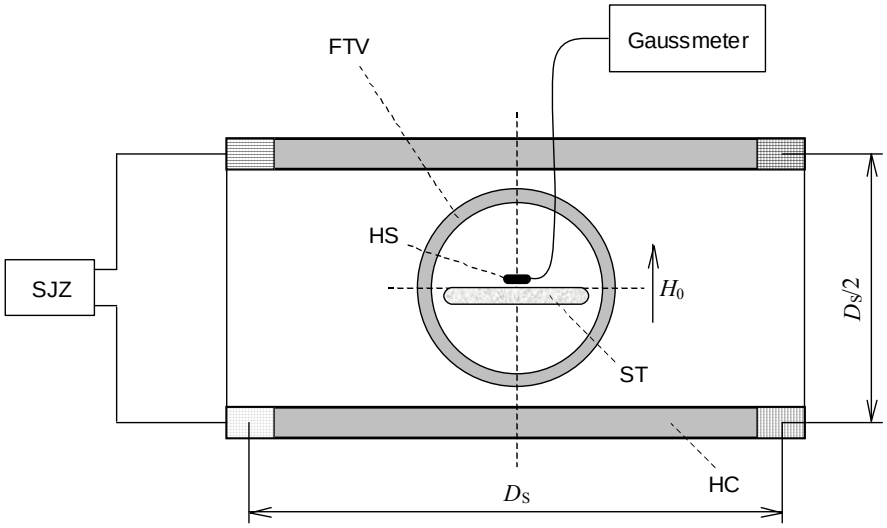
(Jan Bydžovský, Róbert Vicen)

Úlohy

1) Odmerajte veľkosť vertikálnej zložky zemského magnetického poľa $\boldsymbol{H}_{\mathbf{ZV}}$ v mieste experimentálneho pracoviska.
2) Presvedčte sa, že magnetické pole vytvorené Helmholtzovými cievkami je v oblasti vymedzenej rastrom na stolíku ST (obr. 1) prakticky homogénne a je lineárnou funkciou budiaceho prúdu I. Porovnajte výsledky merania s gaussmetrom (pomocou Hallovej sondy) s teoretickou hodnotou danou vzťahmi (1) a (2) a parametrami cievok.
3) Meraním intenzity magnetického poľa v strede feromagnetického valca vyšetrite zmenu tieniaceho účinku od veľkosti intenzity aplikovaného magnetického poľa $H_{0,\mathrm{EXP}}$.
4) Z nameraných hodnôt určte a graficky znázornite závislosti relatívnej magnetickej permeability μ_r od intenzity aplikovaného magnetického poľa $H_{0,\mathrm{EXP}}$ a diskutujte dôvod poklesu/rastu permeability resp. rozdiely medzi teoretickými a experimentálnymi výsledkami.

Analýza úlohy

Často sa v technickej praxi stretávame s požiadavkou zabezpečiť v danom objeme „nulové“ magnetické pole (magnetické vákuum), alebo minimalizovať vplyvy zdrojov rušivých magnetických polí. Jednou z možností riešenia tohto problému je tzv. magnetické tienenie, ktoré v prípade statických magnetických polí (napr. geomagnetické pole zeme) môžeme realizovať pomocou magneticky mäkkých materiálov s vysokou hodnotou magnetickej susceptibility (permeability). Jeden z najjednoduchších prípadov, ale z aplikačného hľadiska veľmi užitočný, je zmena (zníženie) intenzity mag. poľa v dutine valca umiestneného v pôvodne homogénnom magnetostatickom poli.



Obr. 1 Priestorové usporiadanie experimentu a schéma zapojenia.

SJZ - stabilizovaný jednosmerný zdroj 30V/2,5A
HC - Helmholtzove cievky
HS - Hallova sonda gaussmetra
ST - stolík na uloženie HS
FTV - feromagnetický tieniaci valec

Experiment je priestorovo usporiadaný tak, že veľkosť vertikálnej zložky intenzity zemského magnetického poľa tvorí chybu merania pri určovaní „aplikovaného poľa“ H_0, lebo skutočné pole je dané vektorovým súčtom zložiek poľa

$$\boldsymbol{H}_0 = \boldsymbol{H}_{\mathrm{ZV}} + \boldsymbol{H}_{\mathrm{HC}} \tag{1}$$

kde $\boldsymbol{H}_{ZV}$ je vertikálna zložka magnetického poľa zeme a $\boldsymbol{H}_{HC}$ je pole vytvorené prúdom I v Helmholtzových cievkach. Veľkosť intenzity magnetického poľa vytvoreného Hemholtzovými cievkami (dvojica rovnakých kruhových súosých cievok, ktorých vzdialenosť sa rovná ich polomeru $D_S/2$) je daná vzťahom

$$H_{\mathrm{HC}} = 1{,}432 \frac{N}{D_{\mathrm{s}}} I \qquad [\mathrm{A/m,\ m,\ A}] \tag{2}$$

kde D_S je stredný priemer Hemholtzových cievok (obr. 1) a N je počet závitov jednej cievky (pozri cvičenie „Overenie Biot-Savartovho zákona“). Hemholtzove cievky pri ich sériovom zapojení vytvárajú prakticky homogénne magnetické pole v objeme približne $0{,}4D_S \times 0{,}4D_S \times 0{,}4D_S$.

Koeficient tienenia k_t možeme vyjadriť ako (vzťah (17) v dodatku):

$$k_{\mathrm{t}} = \frac{|\boldsymbol{H}_{0,\mathrm{EXP}}|}{|\boldsymbol{H}_1|} = \mu_{\mathrm{r}} \frac{h}{D} \tag{3}$$

kde $\boldsymbol{H}_1$ je experimentálne získaná hodnota intenzity magnetického poľa vo vnútri feromagnetického valca (obr. 2), h je hrúbka steny valca, D jeho vnútorný priemer a μ_r je relatívna permeabilita odpovedajúca intenzite magnetického poľa vo feromagnetickom valci.

Postup pri meraní

Na začiatku merania, pri odsunutom tieniacom valci a vypnutom napájacom zdroji SJZ určíme veľkosť vertikálnej zložky zemského magnetického poľa H_{ZV}. Nastavíme Hallovu sondu gaussmetra tak, aby aktívna plocha sondy bola rovnobežne s rovinou stolíka a odčítame nameranú hodnotu gaussmetrom. Potom otočíme sondu o 180 stupňov okolo jej osi a meranie opakujeme, pričom s veľkou pravdepodobnosťou jedna z týchto nameraných hodnôt bude záporná, čo závisí na nastavení „nuly“ (offsetu) gaussmetra. V prípade, že namerané hodnoty mag. poľa boli rovnaké, len s opačným znamienkom, potom nameraná hodnota odpovedá hodnote vertikálnej zložky poľa. V prípade rôznych nameraných hodnôt korigujeme nastavenie „nuly“ pomocou tlačidiel gaussmetra „Offset Adjust“, kým nedosiahneme symetriu nameraných hodnôt.

Porovnanie hodnôt experimentálne určeného magnetického poľa $H_{0,EXP}$ s teoretickou hodnotou $H_{0,TEOR}$ určenou pomocou vzťahov (1) a (2) a odmeranej hodnoty H_{ZV} zaznamenajte v tabuľke pre zvolené hodnoty prúdu v Hemholtzových cievkach. Polaritu stabilizovaného jednosmerného zdroja (SJZ) volíme tak, aby sa nám príspevky k intenzite magnetického poľa H_0 od Hemholtzových cievok a zemského magnetického poľa H_{ZV} sčítali.

Hodnota nameraná gaussmetrom je veľkosť magnetickej indukcie B_0 udávaná v gaussoch (1 T = 10^4 G, v magnetizme sú stále v praxi bežne používané tradičné jednotky sústavy cgs). Hodnoty z gaussmetra prepočítame na intenzitu magnetického poľa v A/m. Keďže intenzita magnetického poľa H_0 vo vzduchu je daná vzťahom

$$H_0 = B_0/\mu_0 \tag{4}$$

kde μ_0 je magnetická konštanta (permeabilita vákua) $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H/m, potom prepočet gaussov na A/m resp. naopak je nasledovný:

$$1\ \mathrm{A/m} = 4\pi.10^{-3}\ \mathrm{G} \quad \text{resp. } 1\ \mathrm{G} = 10^3/4\pi\ \mathrm{A/m}$$

Odporúčané hodnoty budiaceho prúdu Helmholtzových cievok sú v rozsahu 0,1 A ÷ 2 A s krokom cca 0,1 A.

Pri meraní tieniaceho účinku sa sonda umiestni do stredu rastra, odmagnetovaný valec sa nasunie nad raster a odčítava sa intenzita H_1. Rozmery D a h dutého valca sú uvedené na jeho kryte. Valec je realizovaný stočením pásoviny zo zliatiny železa a niklu (PY 76 - permalloy) na nemagnetickej nosnej kostre a následne vyžíhanej, aby sa odstránili mechanické pnutia, ktoré zhoršujú magnetické vlastnosti.

Spracovanie výsledkov

Výsledky merania sa zapisujú do tabuľky podľa vzoru

I [A]							
$H_{0,\mathrm{TEOR}}$ [A/m]							
$H_{0,\mathrm{EXP}}$ [A/m]							
H_1 [A/m]							
k_t							
μ_r							
Poznámka							

Upozornenie:

- pred meraním intenzity mag. poľa je potrebné nechať gaussmeter minimálne 15 min. zapnutý, aby nastalo ustálenie offsetového napätia.
- s držiakom Hallovej sondy treba zaobchádzať veľmi citlivo, aby nedošlo k porušeniu prívodov.
- pred každým meraním je potrebné valec odmagnetovať v striedavom magnetickom poli s klesajúcou amplitúdou.
- pri zmene prúdu v Hemholtzových cievkach pri nasunutom valci nastavujeme veľkosť prúdu vždy len smerom hore/vyššie, aby magnetovanie valca prebiehalo len po jednej magnetizačnej charakteristike.

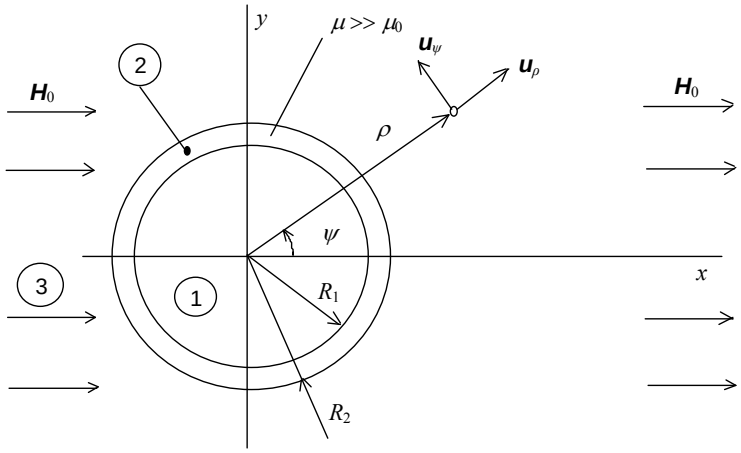
Dodatok

Za predpokladu, že permeabilitu $\mu(\boldsymbol{r},\boldsymbol{H})$ budeme považovať za konštantu, platí pre skalárny magnetický potenciál $\varphi_\mathrm{M}(\boldsymbol{r})$ definovaný vzťahom $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}) = -\mathrm{grad}\,\varphi_\mathrm{M}(\boldsymbol{r})$ Laplaceova rovnica, ktorá vo valcových súradniciach (ρ,ψ,z) má tvar

$$\nabla^2\varphi_\mathrm{M}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\varphi_\mathrm{M}(\boldsymbol{r})}{\partial\rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\varphi_\mathrm{M}(\boldsymbol{r})}{\partial\psi^2} + \frac{\partial^2\varphi_\mathrm{M}(\boldsymbol{r})}{\partial z^2} = 0 \tag{5}$$

Ak os z je totožná s osou valca (obr. 2) a predpokladáme valec nekonečne dlhý, $\varphi_\mathrm{M}(\boldsymbol{r})$ nie je funkciou z, dostávame

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\varphi_\mathrm{M}(\rho,\psi)}{\partial\rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\varphi_\mathrm{M}(\rho,\psi)}{\partial\psi^2} = 0\text{, pre } \rho \neq 0 \tag{6}$$



Obr. 2

Obecné riešenie rovnice (6) získané metódou separácie premenných dostaneme v tvare

$$\varphi_{\mathrm{M}}(\rho,\psi)=\sum_K \varphi_{\mathrm{M}_K}(\rho,\psi)=\sum_K \left(a_K\rho^K+b_K\rho^{-K}\right)\left(c_K\sin K\psi+d_K\cos K\psi\right) \quad \text{pre } K^2>0$$

a (7)

$$\varphi_{\mathrm{M}}(\rho,\psi)=\sum_K \left(a_K\rho^K+b_K\rho^{-K}\right)\left(c_K^{\otimes}\sinh K\psi+d_K^{\otimes}\cosh K\psi\right) \text{ pre } K^2<0$$

Vzhľadom na zvolené priestorové usporiadanie (obr. 2), musí z dôvodov symetrie platiť

$$\varphi_{\mathrm{M}}(\rho,\psi)=\varphi_{\mathrm{M}}(\rho,-\psi) \tag{8}$$

t.j. $\varphi_{\mathrm{M}}(\rho,\psi)$ musí byť párna funkcia a $c_K = 0$. Ďalej ak uvážime, že pre $\rho \to \infty$ musí byť pole opäť homogénne, z toho vyplýva

$$K=1 \tag{9}$$

Potom všeobecné riešenie má tvar

$$\varphi_{\mathrm{M}_i}(\rho,\psi)=\left(a_{1_i}\rho+b_{1_i}\frac{1}{\rho}\right)\cos\psi \tag{10}$$

a platí pre všetky tri oblasti i = 1, 2 a 3 (obr. 1). Konštanty a_{1i} a b_{1i} určíme z okrajových podmienok, podmienky spojitosti normálovej zložky magnetickej indukcie na rozhraní ako aj spojitosti vlastného skalárneho magnetického potenciálu

$$\left.\frac{\partial\varphi_{\mathrm{M}_1}}{\partial\rho}\right|_{\rho=R_1}=\mu_{\mathrm{r}}\left.\frac{\partial\varphi_{\mathrm{M}_2}}{\partial\rho}\right|_{\rho=R_1} \text{ a } \mu_{\mathrm{r}}\left.\frac{\partial\varphi_{\mathrm{M}_2}}{\partial\rho}\right|_{\rho=R_2}=\left.\frac{\partial\varphi_{\mathrm{M}_3}}{\partial\rho}\right|_{\rho=R_2}$$

a (11)

$$\varphi_{\mathrm{M}_1}(R_1,\psi)=\varphi_{\mathrm{M}_2}(R_1,\psi) \ a \ \varphi_{\mathrm{M}_2}(R_2,\psi)=\varphi_{\mathrm{M}_3}(R_2,\psi)$$

keďže $\mu_1 = \mu_0$, $\mu_2 = \mu_0\mu_{\mathrm{r}}$ (μ_{r} je relatívna permeabilita materiálu tieniaceho valca), $\mu_3 = \mu_0$.
Úpravou podmienečných rovníc vyplývajúcich z uvedených podmienok získame vzťah pre skalárny magnetický potenciál v dutine valca v tvare

$$\varphi_{\mathrm{M}_1}=\frac{4\mu_{\mathrm{r}}H_0}{(\mu_{\mathrm{r}}-1)^2\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2-(\mu_{\mathrm{r}}+1)^2}\rho\cos\psi \tag{12}$$

a zložky intenzity magnetického poľa

$$H_{\rho_1}=-\frac{\partial\varphi_{\mathrm{M}_1}}{\partial\rho}=-\frac{4\mu_{\mathrm{r}}H_0}{(\mu_{\mathrm{r}}-1)^2\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2-(\mu_{\mathrm{r}}+1)^2}\cos\psi$$

(13)

$$H_{\psi_1}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\varphi_{\mathrm{M}_1}}{\partial\psi}=\frac{4\mu_{\mathrm{r}}H_0}{(\mu_{\mathrm{r}}-1)^2\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2-(\mu_{\mathrm{r}}+1)^2}\sin\psi$$

Magnetické pole v dutine valca je opäť homogénne a jeho zložka do smeru osi x (smer pôvodného vonkajšieho poľa $\boldsymbol{H}_0 = H_0\,\boldsymbol{u}_x$; $x = \rho\cos\psi$)

$$H_1=\frac{4\mu_{\mathrm{r}}H_0}{(\mu_{\mathrm{r}}+1)^2-(\mu_{\mathrm{r}}-1)^2\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2}=\frac{H_0}{k_{\mathrm{t}}} \tag{14}$$

kde k_{t} sme označili ako koeficient tienenia

$$k_{\mathrm{t}} = \frac{(\mu_{\mathrm{r}}+1)^2 - (\mu_{\mathrm{r}}-1)^2 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2}{4\mu_{\mathrm{r}}} \tag{15}$$

Ak $\mu_{\mathrm{r}} >> 1$ (magneticky mákký materiál), potom $\mu_{\mathrm{r}} \pm 1 \cong \mu_{\mathrm{r}}$ a dostávame

$$k_{\mathrm{t}} = \frac{\left(R_2{}^2 - R_1{}^2\right)\mu_{\mathrm{r}}}{4R_2{}^2} \tag{16}$$

Označením hrúbky steny dutého valca ako $h = R_2 - R_1$, a za predpokladu tenkostennej trubky ($h << R_1, R_2$), môžeme vzťah pre koeficient tienenia upraviť do tvaru

$$k_{\mathrm{t}} \doteq \frac{\mu_{\mathrm{r}} h}{2R_2} = \frac{\mu_{\mathrm{r}} h}{D} \tag{17}$$

kde D je vonkajší (alebo vnútorný) priemer tenkostenného dutého valca. Z uvedeného vzťahu vyplýva, že tieniaci účinok je priamoúmerný relatívnej permeabilite materiálu a hrúbke steny valca.