Návod na laboratórne cvičenie

Meranie na vlnovode

ÚLOHA

1. Pomocou preladitelného dutinového rezonátora stanovte frekvenciu elektromagnetického vlnenia vybudeného vo vlnovode.
2. Pri skratovanom konci vlnovodu odmerajte dĺžku λ_g vlny vo vlnovode a vypočítajte akú vlnovú dĺžku λ_0 by mala vlna pri danej frekvencii vo vákuu.
3. Pri otvorenom konci vlnovdu, pri vlnovode zakončenom skratom a pri vlnovode zakončenom charakteristickou impedanciou (prispôsobená záťaž) - na meracom vedení vyšetrite charakter vlnenia v pozdĺžnom smere (smer osi z), a v každom prípade stanovte pomer stojatých vĺn (PSV).
4. Použite vodivé zakončovacie doštičky so štrbinami a určte, či je orientácia vektora intenzity elektrického poľa v rovine priečneho rezu vlnovodu vertikálna alebo horizontálna.

ÚVOD

Vlnovod je duté vedenie, kruhového alebo obdĺžnikového prierezu, zhotovené z dobre vodivého materiálu (na zlepšenie elektrickej vodivosti jeho vnútorných stien sa používa prídavná vrstva striebra). Elektromagnetická vlna vo vlnovode, objem ktorého je vyplnený nevodivým prostredím (napríklad vzduch $\varepsilon_0 = 8{,}854.10^{-12}$ F/m, $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H/m) sa šíri, v dôsledku mnohonásobných odrazov od dobre vodivých stien, prakticky len v pozdĺžnom smere (os *z*). Vďaka tejto okolnosti, s odvolaním sa poznatky o dlhých homogénnych vedeniach dá sa očakávať, že pri harmonicky sa meniacom poli budú mať fázory-vektory zložiek poľa tvar

$$\vec{E}(x,y,z) = \vec{F}(x,y)\cdot e^{-\gamma z} \qquad (1)$$

$$\vec{H}(x,y,z) = \vec{G}(x,y)\cdot e^{-\gamma z} \qquad (2)$$

a budú vyhovovať vlnovým rovniciam

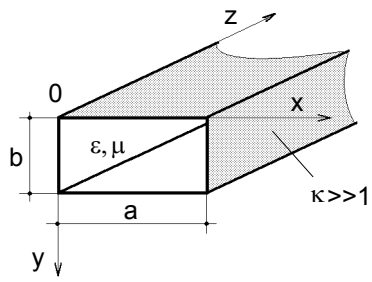
$$\nabla^2\vec{E} + \gamma^2\vec{E} = 0, \qquad \nabla^2\vec{H} + \gamma^2\vec{H} = 0, \qquad (3)$$

riešenie ktorých je podobné ako riešenie vlnových rovníc dlhého homogénneho vedenia - podľa analógie $|\vec{E}(x,y,z)| \leftrightarrow U(z)$ a $|\vec{H}(x,y,z)| \leftrightarrow I(z)$.

Pretože steny vlnovodu sú veľmi dobre vodivé ($\kappa >> 1$), bude na nich tangenciálna zložka intenzity elektrického poľa (E_t) veľmi malá. Ak pripustíme že $\kappa \to \infty$, musí byť $E_t \to 0$ aby mala prúdová hustota $J = \kappa E_t$ konečnú hodnotu. Na základe tejto podmienky, ako možné riešenia typu (1) prvej z vlnových rovníc (3), prichádzajú do úvahy kombinácie funkcií:

$$E_x(x,y,z) = E_0 k_y \cos(xk_x)\sin(yk_y)\cdot e^{-\gamma z}$$
$$E_y(x,y,z) = -E_0 k_x \sin(xk_x)\cos(yk_y)\cdot e^{-\gamma z} \qquad (4)$$

Všimnime si, že elektrické pole nemá zložku do smeru osi *z* (smer šírenia vlny) má len priečne zložky. Hovoríme, že vlna je **T**ransverzálne **E**lektrická (typu **TE**). Konštanta šírenia $\gamma = \beta + j\alpha \equiv j\alpha$, lebo dielektrikum (napríklad aj vzduch) možno považovať za bezstratové prostredie takže $\beta = 0$.



Obr.1 Vlnovod obdĺžnikového prierezu

Na rozdiel od "jednorozmerného" vedenia (napríklad dvojlinka alebo koaxiál, pri ktorých je $\alpha_0 = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$ a $\lambda_0 = 2\pi/\alpha_0$) v prípade vlnovodu je konštanta α určitým spôsobom viazaná s jeho priečnymi rozmermi (*a, b*). Priamo z riešenia rovníc (3) metódou separácie premenných vyplýva, že pri vlnovode obdĺžnikového prierezu $a \times b$, podľa obr.1 platí:

$$\alpha^2 = \omega^2\varepsilon\mu - k_x^2 - k_y^2. \qquad (5)$$

Konštanty k_x, k_y v (4) a (5) sú

$$k_x = \frac{m\pi}{a}, \qquad k_y = \frac{n\pi}{b}, \qquad (6)$$

kde $m = 0,1,2, ..$ $n = 0,1,2, ..$, pritom však súčasne nemôže byť $m = n = 0$. Podľa toho bude dĺžka vlny postupujúcej vo vlnovode v smere osi *z* daná výrazom

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 \varepsilon\mu - k_x^2 - k_y^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 \varepsilon\mu - \pi^2 (\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2})}} = \frac{2\pi / \omega\sqrt{\varepsilon\mu}}{\sqrt{1 - \frac{1}{4} \cdot (\frac{2\pi}{\omega\sqrt{\varepsilon\mu}})^2 (\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2})}} \qquad (7)$$

Uhlovej frekvencii ω, vo volnom priestranstve odpovedá dĺžka vlny: $\lambda_0 = 2\pi / \alpha_0 = 2\pi / \omega\sqrt{\varepsilon\mu} =$ $= v / f$, kde $v = c / \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$ - je rýchlosť svetla v danom prostredí. ($c = 2{,}9979\ 10^8$ m/s - je rýchlosť svetla vo vákuu a $\varepsilon_r\ \mu_r$ - sú relatívna permitivita a relatívna permeabilita daného prostredia). Ak zavedieme tzv. *medznú dĺžku vlny* výrazom λ_m

$$\lambda_m \sqrt{(\frac{m}{a})^2 + (\frac{n}{b})^2} = 2\sqrt{\varepsilon_r \mu_r} \qquad (8)$$

a ak ďalej budeme uvažovať o nevyplnenom vlnovode ($\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$, takže $\varepsilon_r = \mu_r = 1$), bude vzťah medzi dĺžkou vlny λ_g vo vlnovode a vlnovou dĺžkou vo voľnom priestore $\lambda_0 = c/f$ (kde $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$) nasledovný

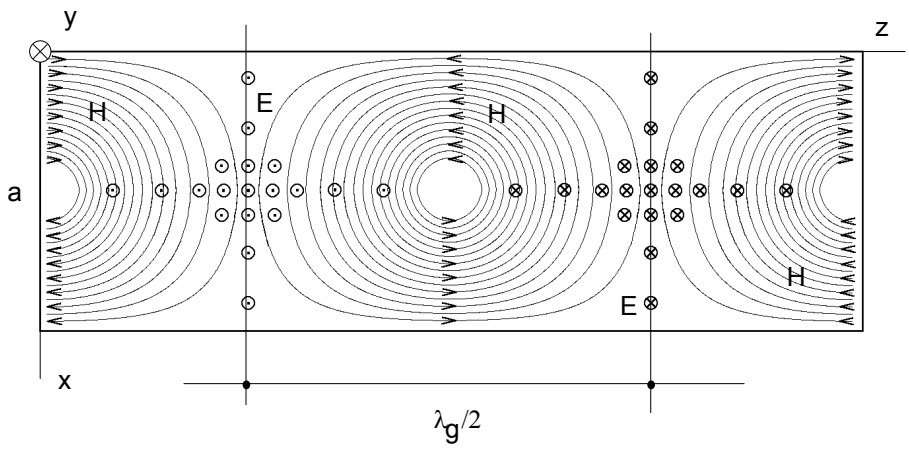
$$\lambda_0 = \lambda_g \sqrt{1 - (\frac{\lambda_0}{\lambda_m})^2} \qquad (9)$$

Je zrejmé, že dĺžka vlny λ_g vo vlnovode aj vo voľnom priestore λ_0 sú kladné čísla. Podľa (9) preto $\lambda_0 < \lambda_m$ resp. $f \geq c/\lambda_m$ a vlnovod sa správa ako hornopriepustný filter - signál s frekvenciou nižšou ako $f_m = c/\lambda_m$, neprenáša. V zásade platí, čím výššia je pracovná frekvencia, tým menšie musia byť rozmery vlnovodu.

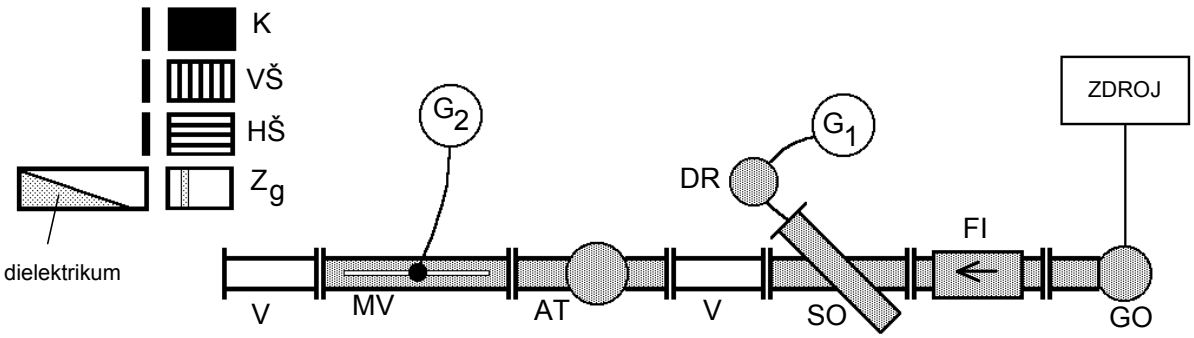
Podľa hodnoty čísiel *m, n* rozlišujeme tzv. módy (alebo vidy). Rozloženie intenzity elektrického poľa v priereze vlnovodu pri tzv. základnom móde TE_{10} (*m = 1, n = 0*) a iných tzv. vyšších módoch je v prílohe 2, na obr.6.

Podmienka prakticky nulovej tangenciálnej zložky, v prípade vektora intenzity elektrického poľa E_t - lebo v povrchovej vrstve steny vlnovodu je prúdová hustota určená vzťahom: $J = \kappa E_t$ - sa samozrejme netýka intenzity magnetického poľa. Preto riešenie (2) druhej z vlnových rovníc (3) musí, ako to vyplýva z Maxwellových rovníc, obsahovať aj zložku do smeru šírenia (os *z*). Magnetické pole teda nie je vzhľadom na smer šírenia transverzálne!

Pripomenieme, že vlnenie vo voľnom priestore má transverzálne (t.j. priečne vzhľadom na smer šírenia) obe zložky **E** aj **H** a tieto sú súčasne navzájom kolmé. V takom prípade sa hovorí o **T**ransverzálnej **E**lektro-**M**agnetickej vlne (**TEM**). Preto, že pri experimentálnej práci budeme merať len elektrickú (**E**) zložku poľa, priestorovému rozloženiu jeho magnetickej (**H**) zložky sa podrobnejšie venovať nebudeme. Nezabudnime však, že jednotlivé siločiary elektrickej zložky aj magnetickej zložky elektromagnetickej vlny sú vždy uzavreté a navzájom spriahnuté.
Ako treba interpretovať túto skutočnosť podľa obr.2?



Obr.2 Siločiary elektrického a magnetického poľa módu TE_{10}, v čase t = 0



Obr.3 Schéma zapojenia vlnovodovej linky

Na laboratórnom cvičení budeme pracovať s najjednoduchším prípadom vlnenia v tzv. základnom móde TE_{10}, naviac, elektrické pole bude mať len jednu zo zložiek E_x alebo E_y - porovnaj (4). Je teda (*m = 1, n = 0* a vlna je typu **TE**):

$$E_x = 0, \qquad E_z = 0,$$

$$E_y = -E_0 \frac{\pi}{\alpha} sin(\frac{\pi}{\alpha} x) sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_g} z). \qquad (10)$$

Siločiary elektrického a magnetického poľa módu TE_{10}, znázornené na Obr.2. sú určené zložkami (10), siločiary magnetického poľa možno stanoviť na základe Maxwellovej rovnice

$$rot\vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \qquad (11)$$

Medzná dĺžka vlny pri nevyplnenom vlnovode, podľa (8) je $\lambda_m = 2a$, takže pri pokuse o prenos - vlny s väčšou vlnovou dĺžkou (s nižšou frekvenciou) sa táto veľmi rýchle utlmí. Pri základnom móde (TE_{10}) sa vlnovodom šíri vlna s najväčšou prípustnou dlžkou. Kratšie vlnové dĺžky - módy s vyššími číslami *m*, *n* sú fyzikálnymi zákonmi dovolené, avšak z technického hľadiska sú nežiadúce. Vlnovod daných rozmerov používame v pásme frekvencií ohraničenom zdola medznou frekvenciou $f_m = c/\lambda_m$, a zhora podmienkou nevzniknutia (resp. potlačenia) vyšších módov - teda zásadne pri základnom móde. Rozloženie elektrickej zložky vlny v pozdĺžnom reze vlnovodu (v rovine y = konšt.) - t.j. závislosť elektrickej intenzity poľa $E_y(x,y,z)$ orientovanej do smeru osi y (kolmo na dlhší rozmer priečneho rezu vlnovodu) - je pre základný mód TE_{10} a pre jeden z vyšších módov TE_{20}, znázornené v prílohe na obr.5.

Vlnovod na ktorom môžete uskutočniť pozorovanie má rozmery:
a = 22,86 mm, b = 10,16 mm, medzná dĺžka vlny $\lambda_m = 2a = 4{,}58$ *cm,* resp. $f_m = c/\lambda_m = 6{,}557$ *GHz*. Medzná dĺžka pri móde TE_{11} je $\lambda_m = 1{,}857$ *cm,* a príslušná medzná frekvencia $f_m = 16{,}14$ *GHz*. Pri móde TE_{20} $\lambda_m = a$, a $f_m = c/\lambda_m = 13{,}114$ *GHz*. Technické normy preto doporučujú pre tento vlnovod šírku pásma od 8,2 - 12,4 GHz.

Podobne, ako v prípade dlhých homogénnych vedení, aj pri vlnovodoch sa zavádza tzv. charakteristická impedancia Z_g, ktorej vzťah k charakteristickej impedancii vákua $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ = 377Ω je daný výrazom:

$$\frac{Z_g}{\lambda_g} = \frac{Z_0}{\lambda_0} \qquad (12)$$

POPIS EXPERIMENTÁLNEJ LINKY A POSTUP PRI MERANÍ

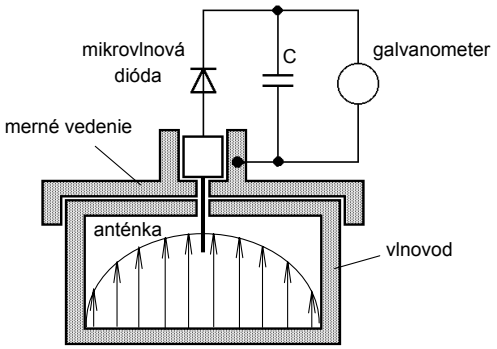
Schéma zapojenia experimentálnej vlnovodovej linky aj na obr.3

Použité komponenty:

ZDROJ - zdroj jednosmerného napätia (10-12 V)
GO - oscilátor s Gunnovou diódou
FI - feritový izolátor
SO - smerová odbočnica
DR - dutinový rezonátor
AT - atenuátor (regulovatelný zoslabovač)
MV - merné vedenie (s pozdĺžnou strbinou)
K - skratovacia doštička
VŠ - doštička s vertikálnymi štrbinami
HŠ - doštička s horizontálnymi štrbinami
G1, G2 - galvanometre
Z_g - charakteristická (zakončovacia) imedancia
V - obyčajný úsek vlnovodu

Napätie vonkajšieho, jednosmerného zdroja (ZDROJ) sa privádza na stabilizátor napätia umiestnený priamo na telese oscilátora s Gunnovou diódu. Feritový izolátor (FI) je nereciproký prvok s výrazne odlišným prenosom, v dvoch navzájom opačných smeroch. V smere nazna-

čenom šipkou prepúšťa vlnenie s malým útlmom, v opačnom smere je jeho útlm značný. Slúži na oddelenie zdroja od ostatnej časti vlnovodu. Časť vysokofekvenčného výkonu sa pomocou smerovej odbočnice (SO) dostáva do valcového dutinového rezonátora (DR), ktorý - ak je správne naladený pomocou mikrometrického posuvného zariadenia ktorým sa mení objem dutiny rezonátora - prenáša výkon na snímací prvok tvorený malou kolíkovou anténou pripojenou k jednému pólu mikrovlnovej diódy. Jej druhý vývod je cez galvanometer spojený s plášťom vlnovodu. Mikrometrickým posuvom opatrne meníme rozmer dutiny rezonátora dovtedy, kým nedosiahneme na galvanometri maximálnu výchylku.



Obr.4 Snímací systém s diódou na mernom vedení

Frekvenciu určíme z ciachovnej krivky po odčítaní dĺžkového rozmeru dutiny rezonátora na mikrometri v mm. Podobné usporiadanie sa používa (ako snímací systém) aj na mernom vedení (obr.4), v ktorého pozdĺžnej štrbine sa snímacia (kolíková) anténa definovane posúva v smere osi *z* pomocou suportu s ociachovaným mikrometrickým zariadením. Atenuátor (AT) - ciachovaný regulovateľný zoslabovač slúži na eventuálne zníženie výkonu prenášaného do ďalších častí vlnovodu.

Vzhľadom na to, že VA-charakteristika mikrovlnovej diódy je praktický kvadratická, výchylka (jednosmerného meracieho prístroja - galvanometra) je priamoúmerná štvorcu amplitúdy intenzity elektrického poľa v mieste snímacej anténky. Kondenzátor C (obr.4) sa cez mikrovlnovú diódu nabíja na špičkovú hodnotu priebehu - pritom je potrebné, aby mal použitý galvanometer dostatočne veľký odpor. Vzhľadom na uvedené, stanovíme napríklad tzv. pomer stojatých vĺn (PSV) podľa vzťahu:

$$PSV = \sqrt{\frac{\alpha_{max}}{\alpha_{min}}} \qquad (13)$$

kde α_{max} resp. α_{min} sú maximálna resp. minimálna výchylka zistená pri posuve suportu (nesúceho snímaciu anténku s diódou) pozdĺž merného vedenia. Ak je vlnovod zakončený skratovacou - dobre vodivou doštičkou (K) pozdĺž merného vedenia nachádzame minima a (menej ostré) maximá. Zo vzdialenosti výraznejších miním priamo určíme polovičnú vlnovú dĺžku $\lambda_g/2$ vlny vo vlnovode. Ak je vlnovod zakončený doštičkou so štrbinami vedenými v smere orientácie vektora intenziy elektrického poľa (**E**) je situácia podobná ako pri sktrate. Naopak, pri orientácii štrbín kolmo na smer vektora **E** má zakončujúca doštička podobný účinok ako rozpojený koniec vlnovodu (t.j. stav naprázdno), PREČO? Končne, ak je vlnovod zakončený svojou charakteristickou impedanciou Z_g nedochádza k odrazom - energia vlny je pohltená dielektrickou výplňou prvku ktorý tvori tzv. charakteristickú záťaž vlnovodu, (obr.3).

* Pozrite si obrázky v prílohe.

LITERATÚRA

[1] Haňka,L: Teorie elektromagnetického pole, Praha 1975, SNTL, ALFA.

[2] Tysl,V.- Růžička,V.: Teoretické základy mikrovlnné techniky, Praha 1989, SNTL.

[3] Fiksa, J.: Teorie elektromagnetického pole, Praha 1992, ČVUT.

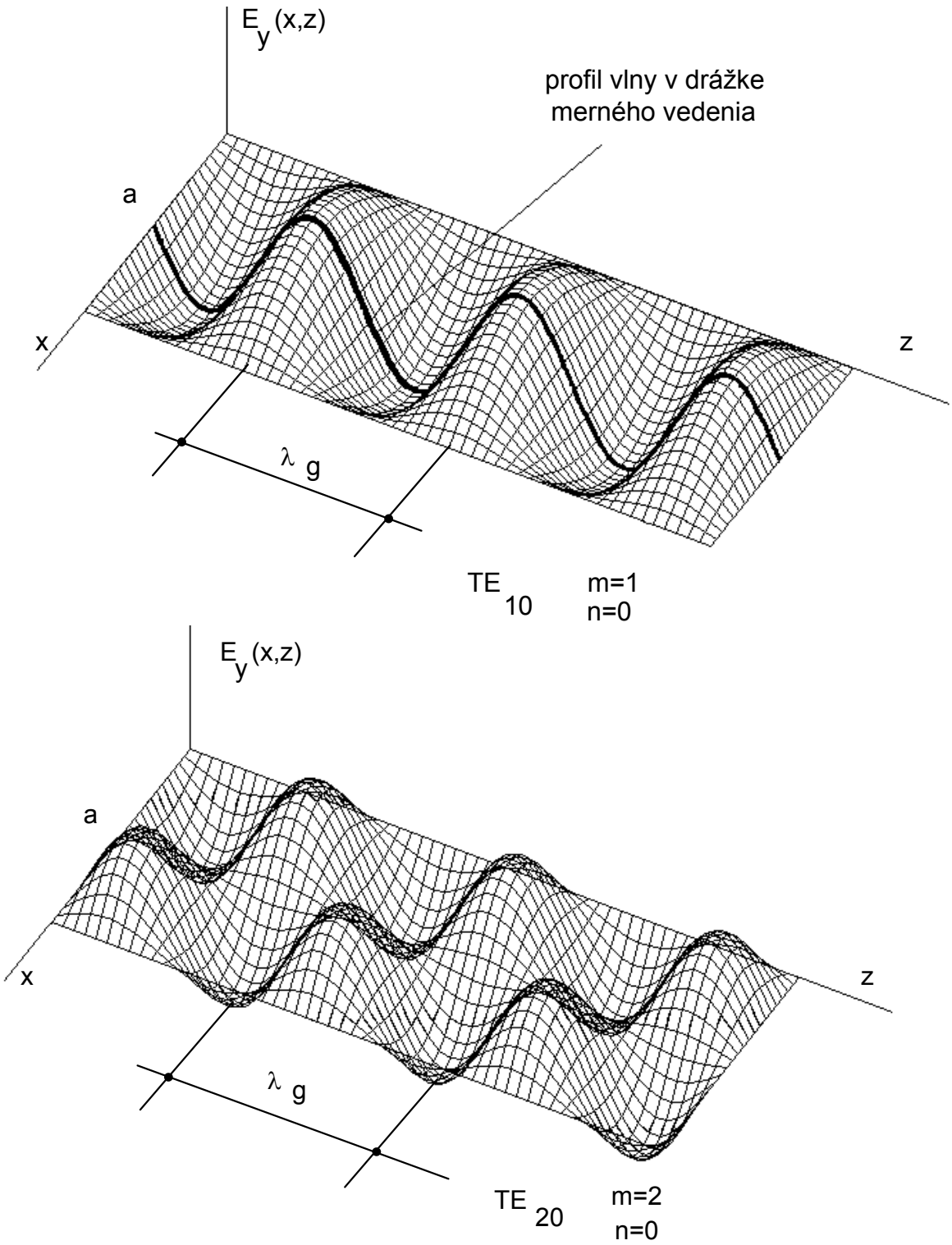
[4] Šumichrast,Ľ.- Gonda,P. - Kollár, M. - Jasenek, J.: Teória elektromagnetického poľa (Zbierka riešených prípkladov) Bratislava1985, ALFA.

[5] Kolektív KTEE: Teória elektromagnetického poľa, Návody na laboratórne cvičenie, Bratislava 1986, ALFA.

UPOZORNENIE:

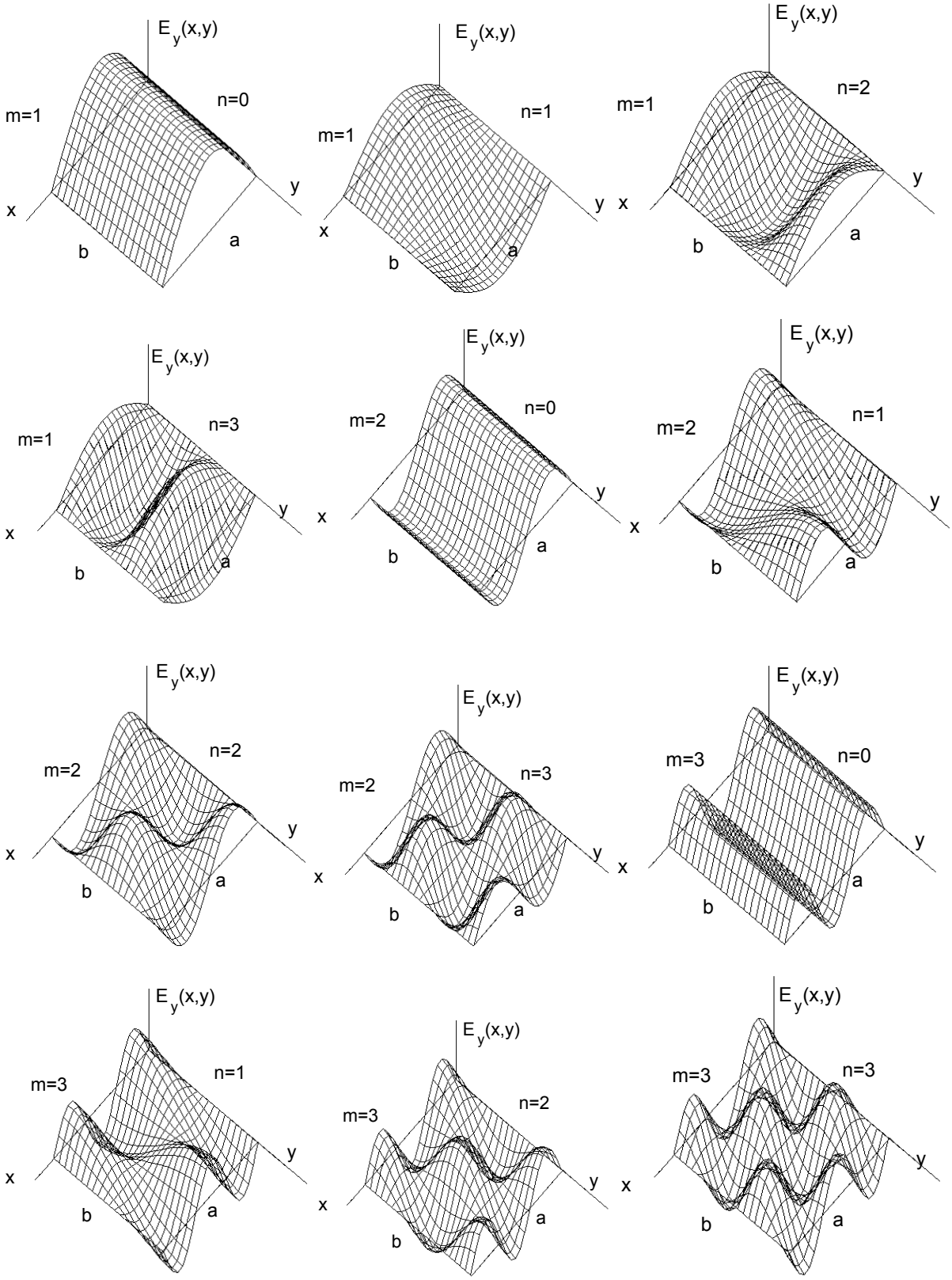
Je nebezpečné pozerať sa do otvoreného konca vlnovodu, mikrovlnové žiarenie môže spôsobiť nevratné poškodenie sietnice oka!

Príloha 1



Obr.5 Závislosť elektrickej zložky poľa $E_y(x,y,z)$ orientovanej do smeru osi *y,* v pozdĺžnom reze pravouhlého vlnovodu (*a* × *b),* t.j. v rovine *xz,* pri základnom móde TE_{10} a pri móde TE_{20}. Ani pri jednom z uvedených módov elektrická zložka transverzálnej vĺny (TE_{m0}) nezávisí od súradnice *y.* V prípade vlny TE_{10} je znázornený jej profil, ktorý odmeráme v drážke vedenej stredom merného vedenia.

Príloha 2



Obr.6 Závislosť elektrickej zložky poľa $E_y(x,y)$ orientovanej do smeru osi *y,* v priečnom reze pravouhlého vlnovodu ($a \times b$), t.j. v rovine *xy* pri rozličných módoch transverzálnych elektrických vĺn - TE_{mn}. Pri módoch TE_{m0} elektrická zložka nazávisí od súradnice *y,* tak je to samozrejme aj pri tzv. základnom móde TE_{10}.