# MODELOVANIE POTENCIÁLOVÝCH POLÍ POČÍTAČOVÝMI METÓDAMI

(*Felix Virsík, Rastislav Dosoudil*)

## *Úlohy*

Pre učiteľom zadaný príklad urobte výpočet poľa pomocou počítačového programu pre modelovanie polí MEP:

1. zadajte potrebné geometrické údaje
2. zadajte potrebné fyzikálne údaje
3. vygenerujte vhodnú trojuholníkovú sieť s dostatočným počtom uzlov a vypočítajte potenciál a vektor intenzity poľa pomocou počítačového programu MEP
4. nakreslite sústavu ekvipotenciál a siločiar
5. minimálne v troch zvolených bodoch (mimo uzlov siete!) poľa vypočítajte potenciál a vektor intenzity poľa
6. vypočítajte kapacitu a energiu.

## *Analýza úloh*

Analytické riešenie elektrických, magnetických, alebo prúdových polí (čiže určovanie priestorového rozloženia potenciálov, ekvipotenciálnych plôch a siločiar) je známe len pre niektoré teoretické prípady. Pri riešení praktických technických prípadov sa tieto postupy dajú použiť len zriedkakedy, a to ešte za predpokladu určitých zjednodušení, ako je napr. zanedbanie okrajových polí.

Pre riešenie technických prípadov sa preto používajú iné, experimentálne metódy, ako je napr. fyzikálne modelovanie (elektrolytická vaňa a pod.), ale aj matematické modelovanie. Do poslenej skupiny patria rôzne matematické, číslicové postupy, ktoré sú známe už pomerne dávno, ale sa nedokázali v praxi uplatniť. Vedú totiž k sústave tisíc, desaťtisíc aj viac (hoci aj milión) podmienkových rovníc, ktoré sa môžu riešiť napr. iteratívne. Výsledky jedného riešenia sústavy sa použijú ako vstupné hodnoty pre ďalšie, iteračné riešenie tej istej sústavy. Týchto iteračných riešení môže byť tiež niekoľko tisíc. Vstupné hodnoty pre prvé riešenie sa musia zvoliť. Za posledné riešenie považujeme tú iteráciu, pri ktorej výsledok riešenia je totožný (alebo menší ako dovolená odchýlka) s výsledkami predošlého riešenia.

Tieto číslicové, numerické metódy sú veľmi zdĺhavé tým, že vyžadujú veľký počet opakovaných riešení vzťahu, ktorý je sám o sebe pomerne jednoduchý. Stačí si predstaviť napr. riešenie matice o rozmere 1000 x 1000, ktoré sa opakuje tisíckrát. Je zrejmé, že ručné počítanie takého príkladu jedným človekom vedie ku niekoľkým týždňom, mesiacom trvajúcej práce. Takáto numerická metóda sa dala použiť napr. pre maticu 10 x 10, čo ale nedávalo dostatočnú presnosť pre technické využitie. Niet divu, že sa takáto metóda v minulosti neuplatnila, veď rýchlejším, a hlavne lacnejším sa ukázalo modelovanie fyzikálne.

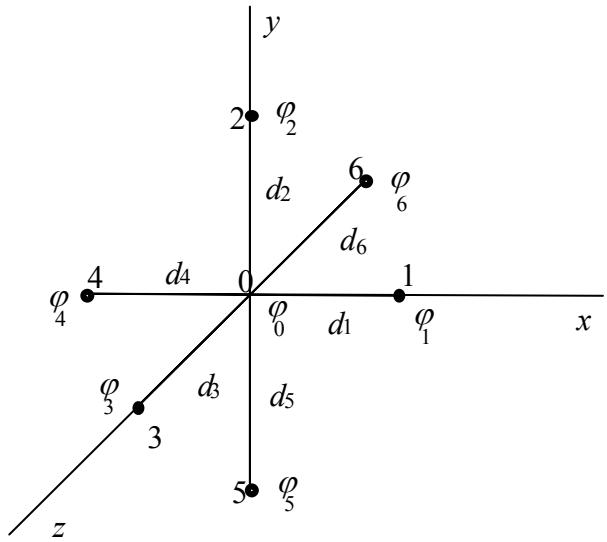
Zavedením počítačov do praxe sa situácia čiastočne zlepšila. Až výkonnejšie počítače s väčšou rýchlosťou a s veľkou pamäťou otvorili cestu rozvoju počítačových programov pre numerické riešenie rôznych polí v dostatočne malou náročnosťou na čas. V teórii elektromagnetických polí sa numerické riešenie stalo dôležitým problémom a dnes sa hľadajú stále rýchlejšie, presnejšie, spoľahlivejšie, ale hlavne univerzálnejšie metódy s čo najpohodlnejšou obsluhou počítača. Odvodenie teoretického základu pre algoritmus a vývoj nového programu vyžaduje naďalej stovky až tisícky hodín. Samotné riešenie trvá dnes už len niekoľko sekúnd, neúmerne dlhšie trvá zadávanie samotného príkladu.

Modelovať môžeme pole len v presne vymedzenom, konečnom priestore, ktorý nazveme oblasťou riešenia. Pre zadaný príklad musíme preto určiť odpovedajúce prvky konečných rozmerov: elektródy, ako aj podoblasti, vyplnené vodivým, dielektrickým alebo magnetickým materiálom. Potom zvolíme oblasť riešenia pre daný príklad tak, aby obopínala všetky spomenuté prvky. Do tejto oblasti vložíme potom myslenú priestorovú sieť, ktorá vo svojich priesečníkoch vytvorí sústavu uzlov. Najjednoduchšou je sieť pravouhlá s konštantnými vzdialenosťami medzi susednými bodmi, a to vo všetkých troch smeroch. Úlohou riešenia je výpočet potenciálov a vektorov intenzity poľa v každom bode zvolenej siete.

Na obr.1 je znázornený jeden z týchto uzlov "0" a jeho 6 susedných uzlov "1" až "6" (vo všetkých smeroch osí $x$, $y$ a $z$). Vzdialenosti týchto bodov od bodu "0" sú $d_1$ až $d_6$. Môžeme si to predstaviť ako priestorový element oblasti, v strede ktorého je bod "0".

Ak predpokladáme, že tieto body sa nachádzajú napr. v podoblasti naplnenej dielektrikom, tak potom interpretáciou fyzikálnych zákonov pre dielektrikum a linearizáciou poľa v danom elementárnom priestore dostávame pre potenciál $\varphi_0$ vzťah, ktorému musí vyhovieť:

$$\varphi_0 = \frac{\dfrac{\varphi_1}{d_1} + \dfrac{\varphi_2}{d_2} + \dfrac{\varphi_3}{d_3} + \dfrac{\varphi_4}{d_4} + \dfrac{\varphi_5}{d_5} + \dfrac{\varphi_6}{d_6}}{\dfrac{1}{d_1} + \dfrac{1}{d_2} + \dfrac{1}{d_3} + \dfrac{1}{d_4} + \dfrac{1}{d_5} + \dfrac{1}{d_6}} \tag{1}$$



Obr.1

S ohľadom na to, že vzájomné vzdialenosti uzlov vo zvolenej sieti sú počas výpočtu nemenné, môžeme vzťah (1) prepísať do zjednodušeného tvaru:

$$\varphi_0 = \varphi_1 k_1 + \varphi_2 k_2 + \varphi_3 k_3 + \varphi_4 k_4 + \varphi_5 k_5 + \varphi_6 k_6 \tag{2}$$

Podobné lineárne vzťahy dostaneme aj na rozhraní materiálov a na povrchu elektród, pričom len konštanty $k_i$ sa musia určiť inak, než ako to vyplýva pre vzťah (2) zo vzťahu (1). Ak napíšeme vzťah pre každý z $N$ uzlov zvolenej siete pre danú oblasť riešeného príkladu, môžeme napísať maticu o rozmeroch $N$x$N$. Riešením tejto riedkej matice dostaneme hodnoty potenciálov vo všetkých $N$ uzloch siete. Hodnoty týchto potenciálov vo väčšine uzlov nie sú zhodné s niektorou zvolenou hodnotou potenciálu ekvipotenciálnych plôch. Ak napr. hľadáme ekvipotenciálnu plochu pre potenciál $\varphi_{EP}$ = 10 V, tak musíme v celej riešenej oblasti vyhľadať všetky uzly, na ktorých sme vypočítali potenciál 10 V, ale aj všetky dvojice susedných uzlov, z ktorých jeden má potenciál nižší a druhý potenciál vyšší ako 10 V. Lineárnou interpoláciou nájdeme pre každý takýto úsek súradnice bodu, ktorého potenciál je 10 V. Takto nájdeme množinu bodov s potenciálom 10 V (uzly, aj body medzi uzlami), ktoré ležia na ekvipotenciálnej ploche potenciálu $\varphi_{EP}$ = 10 V. Vhodné numerické alebo grafické znázornenie takýchto ekvipotenciálnych plôch môže viesť ešte k ďalším náročným výpočtom.

## *Spracovanie výsledkov*

Pre úlohy 4-6 obkreslite obrázky z počítača (v prípade možnosti ich vytlačte na tlačiarni) a opíšte vypočítané hodnoty.

## Dodatok

## Program MEP - Modelovanie Elektrostatických Polí

Je to jeden z programovacích systémov, ktorý využíva moderné poznatky z oblasti modelovania polí a má aj pomerne ľahko zvládnuteľný spôsob obsluhy. Program pritom nie je univerzálny; je použiteľný len pre riešenie rovinných, Čiže dvojrozmerných polí. Rozumieme pod tým také polia, ktoré sa menia v závislosti na dvoch súradniciach, ale na tretej súradnici sú nezávislé, v jej smere sú stále. Sem patria v Kartézskej súradnicovej sústave napr. pole koaxiálneho kábla, alebo vo valcovej, prípadne v guľovej súradnicovej sústave polia rotačne symetrické. Pre riešenie uvedených prípadov sa používa sieť nie priestorová, ale rovinná, dvojrozmerná. Program MEP používa pre riešenie uvedených prípadov sieť nie pravouhlú s obdĺžnikovými okami, ale modernejšiu sieť s trojuholníkovými okami. Tieto trojuholníky pritom nemusia mať rovnaký tvar a veľkosť. Sú veľmi výhodné lebo tam, kde je treba zvoliť uzly hustejšie (v oblastiach silných a nehomogénnych polí), môžu sa zvoliť trojuholníky menšie. Program MEP si túto trojuholníkovú sieť s nerovnomernou hustotou uzlov vygeneruje sám. Pre výpočet potenciálov v uzloch takto zvolenej siete,

čiže pre riešenie riedkej matice, sa používa jedna z moderných numerických metód pre riešenie polí – metóda konečných prvkov. Maximálny počet uzlov je pritom 1600 a maximálny počet trojuholníkov je 3200.

Využitie vypočítaných potenciálov v jednotlivých uzloch je v programe MEP mnohostranné. Program vie odvodiť a graficky znázorniť rôzne pohľady na riešené pole. Je zrejmé, že pre rovinné pole sa odvodzujú ekvipotenciálne čiary, nie plochy. Ich znázornenie v rovine je pochopiteľne pomerne jednoduché, sú to rovinné krivky. Program MEP vie graficky znázorniť nielen tieto ekvipotenciály, ale aj iné pohľady, ako sú napr. siločiary, vektory intenzity poľa v určitej sieti bodov, čiary s konštantnou intenzitou poľa, priebeh potenciálu alebo intenzity poľa na zvolenej priamke, vie vypočítať kapacity, energie a pod.

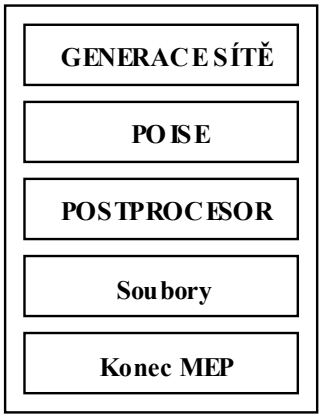
## Obsluha programu MEP

Program MEP je vlastne programovým systémom, pozostávajúcim z troch samostatných sekcií (programových jednotiek). Každá zo sekcií pracuje samostatne, priČom odovzdávanie dát z jednej sekcie do druhej sa robí pomocou dátových súborov, ktoré sa ukladajú do pamäte poČítaČa. Jednotlivé sekcie programu pracujú so svojimi vstupnými aj výstupnými súbormi. Tieto sekcie sú:

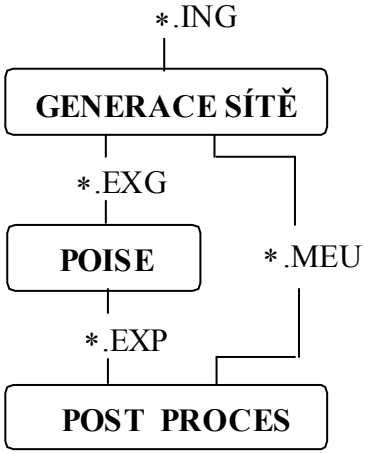
a) preprocesor GENERACE SÍTĚ - vstupné dáta pre geometrický tvar elektród, celej oblasti riešenia a jej podoblastí sa môžu brať z uloženého súboru *.ING, alebo sa takýto nový súbor vytvorí pomocou ponúknutého menu; výstupný súbor s údajmi o vygenerovaných uzloch a trojuholníkoch siete má označenie *.EXG, súbor so všeobecnými údajmi o sieti (počet uzlov a trojuholníkov) *.MEU

b) procesor POISE - najprv sa vygeneruje súbor *.IPE, obsahujúci elektrické údaje zadania: permitivita podoblastí, zadané napätia na elektródach, zadaná hustota náboja, okrajové podmienky a pod., pričom sa tento súbor môže vziať aj ako hotový z pamäti; procesor potom zostaví maticu z podmienkových vzťahov pre každý uzol vygenerovanej siete, vypočíta pre ne potenciál a intenzitu poľa, výsledky uloží do súboru *.EXP

c) postprocesor POSTPROCES - jeho vstupnými súbormi sú výstupné súbory *.MEU zo sekcie GENERACE SÍTĚ a *.EXP zo sekcie POISE; slúži na spracovanie výsledkov získaných riešením potenciálov a intenzít poľa v uzloch siete pomocou rôznych grafov (naznačené už v predošlej kapitole), alebo vypočítaním hodnôt ďalších údajov.




Obr.1




Obr.2

Zadané hodnoty alebo výsledky riešenia (vrátane grafov a vypočítaných hodnôt) z každej sekcie sa dajú aj vytlačiť. Po zavolaní programu MEP sa prihlási riadiaci systém MEP a pomopcou menu ponúkne tri sekcie a uložené súbory, obr.1.

Sekcie sa musia vyvolávať pomocou tohoto menu v ľubovoľnom poradí. Predpokladá sa pritom, že v pamäti sú uložené pre každú sekciu vstupné súbory, ako je to znázornené na obr.3. V prípade, že sa má riešiť nový prípad, musí sa vstupný súbor *.ING vytvoriť v sekcii GENERACE SÍTĚ použitím klávesnice. Práca s

jednotlivými sekciami sa ukončuje vždy cez menu voľbou návratu do systému MEP, ktorý sa ohlási vyššie uvedenou ponukou. Ukončenie práce so sytémom sa urobí voľbou poslednej z ponúkaných položiek. obr.2.

# PRÍKLADY ZADÁVANIA VSTUPNÝCH DÁT V PROGRAME MEP

***(príloha)***

### *Základná terminológia použitá v programe MEP*

Čiary, znázorňujúce na výkrese povrchy elektród, rozhrania medzi dielektrikami, plochy nabité plošným nábojom známej hustoty a vonkajšie hranice riešenej úlohy tvoria *vetvy* orientovaného grafu. ***Vetvy*** grafu pozostávajú z ***úsekov***, ktorými sú priamky alebo kruhové oblúky. Koncové body úsekov sú ***uzly úsekov***, podobne koncové body vetvy sú ***uzly vetvy***. Priamkové úseky sú určené dvoma uzlami - ***počiatočným*** a ***koncovým uzlom***. Oblúkové úseky sú naviac určené ***stredom oblúku*** a kladným alebo záporným smerom postupu po kružnici z počiatočného do koncového uzla úseku vzhľadom k zadanému stredu.

Parameter ***počet delení úseku d*** udáva, koľko trojuholníkových prvkov bude mať jednu zo strán na príslušnom úseku. Na úseku sa vygeneruje d – 1 vnútorných uzlov. Pre d = 1 sa vnútorné uzly negenerujú. Počet delení úseku tak priamo určuje počet vygenerovaných uzlov. Vygenerované uzly môžu byť zhustené smerom k počiatočnému alebo koncovému uzlu úseku voľbou parametra ***koeficient nelinearity delenia K***, ktorý zadávame v rozmedzí **–8** až **+8**. Pre hodnotu K = 0 sú vzdialenosti medzi uzlami konštantné, pre kladné hodnoty sú uzly zhustené ku koncovému uzlu úseku, pre záporné hodnoty k počiatočnému uzlu úseku. Vhodnou voľbou K možno zahustiť sieť v miestach, kde očakávame veľké zmeny poľa a naopak.

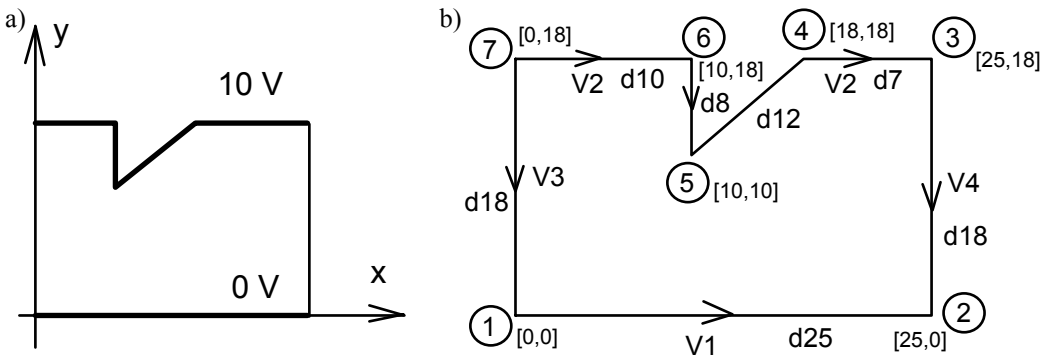
Vetvy jednak obmedzujú ***oblasť***, v ktorej počítame pole, jednak rozdeľujú oblasť na *podoblasti*. ***Podoblasť*** je jednoducho súvislá časť oblasti, ohraničená po obvode vetvami. Samostatnými podoblasťami sú prostredia s odlišnými materiálovými parametrami alebo s objemovou hustotou zdrojov. Ku získaniu vhodnej hustoty siete prvkov je možné i oblasť z homogénneho materiálu rozdeliť na menšie podoblasti. Význam podoblastí bude demonštrovaný na príkladoch. Každá podoblasť je pre potrebu generácie prvkov a vnútorných uzlov popísaná zoznamom čísiel vetiev, ktoré tvoria jej hranicu v kladnom zmysle obehu. Ak je niektorá vetva orientovaná proti smeru obehu, zapíše sa do zoznamu vetiev so záporným znamienkom. Voľba počiatočnej vetvy je ľubovoľná, len je treba, aby vetvy podoblasť úplne uzatvárali.

V prípade ***viacnásobne súvislých podoblastí*** je treba urobiť rez medzi jednotlivými hranicami a vytvoriť tak podoblasť jednoducho súvislú (pozri štvrtý príklad).

### *Príklady zadávania dát*

**Príklad 1:** *Rovinné pole medzi dvoma elektródami*

Prostredie medzi elektródami je homogénne, a preto úlohu modelujeme jednou oblasťou. Zvolíme rovnomerné rozloženie uzlov na vetvách.




Obr.1 Usporiadanie elektród a graf pre zadanie vstupných dát

Jednotlivé úseky grafu sú určené 7 uzlami, označenými číslami v krúžku so súradnicami [x,y] v zátvorkách. Samostatnými vetvami sú elektródy, označené V1 a V2, ktoré predstavujú časť hranice s Dirichletovou podmienkou. Úseky na bokoch, ktoré sú totožné so siločiarami, označené V3 a V4, predstavujú časť hranice s nulovou Neumannovou podmienkou. Graf má teda 4 vetvy.. Vetvy 1, 3 a 4 pozostávajú z jedného, vetva 2 zo štyroch úsekov. Počiatočný uzol vetvy 2 má č.7, koncový uzol úseku je postupne uzol č.6, 5, 4 a 3. Smery orientácie vetví možno zvoliť lubovoľne. V ďalšom použijeme orientáciu vetví zavedenú podľa obr.1b.

Hustotu siete, tj. počet uzlov a prvkov, určíme voľbou počtu uzlov na jednotlivých vetvách. V tomto prípade zvolíme počet delení totožný s počtom dĺžkových jednotiek na jednotlivých vetvách. Vetve 1 zadáme *počet delení úseku* d = 25, úsekom vetvy 2 postupne d = 10, 8, 12, 7, vetvám 3 a 4 potom d = 18. Hodnotu d si pripíšeme k úsekom grafu.

Po spustení programu *GENERACE DATA* vyberieme z ponuky položku *Nova vstupni data.* Dolné dva riadky na obrazovke slúžia pre zadávanie vstupných dát a súčasne poskytujú informácie o zadávanej položke. V hranatej zátvorke [ ] sa ponúkajú predvolené hodnoty, pri zadávaní nových dát sú to väčšinou [0], pri oprave sú to predchádzajúce zadané dáta. Ak ich nechceme meniť, stačí odoslať *Enter*. V ďalšom budú položky zadávané užívateľom do aktívneho riadku vyznačené tučným písmom.

| |
|---|
| Popis úlohy: |
| **Rovinné pole medzi dvoma elektródami** |

– text môže mať max. 80 znakov alebo sa nemusí vôbec zadávať (interpunkčné znamienka sa nezadávajú!);

| |
|---|
| Popis uzlov úsekov: |
| Počet uzlov úsekov (min. 1): [ 0 ] **7** |

Nasleduje zadanie súradníc uzlov úsekov:

| |
|---|
| Súradnice uzlu úseku X [ ] , Y [ ] |
| X[1] [.000] **0** |

| |
|---|
| Súradnice uzlu úseku X [ ] , Y [ ] |
| Y[1] [.000] **0** |

Hodnoty súradníc ostatných uzlov sa volia podľa obr.1.

| |
|---|
| Popis stredov oblúkov: |
| Počet stredov oblúkov: [ 0 ] **0** |

Pokiaľ je počet stredov oblúkov nenulový, nasleduje zadávanie súradníc stredov oblúkov (bude vysvetlené v 3. príklade). Všimnite si, že pri zadávaní hodnôt sa v predošlých prípadoch tieto zhodovali s preddefinovanými hodnotami v hranatých zátvorkách, preto namiesto vkladania núl stačilo jednotlivé položky odklepnúť klávesou Enter.

| |
|---|
| Popis vetiev (max. počet vetiev = 40) |
| Počet vetiev: [ 0 ] **4** |

Nasleduje popis jednotlivých vetiev. Program si žiada rovnakým dialógovým spôsobom dáta vetiev, pričom pre každú zvlášť požaduje položky v nasledujúcom poradí: čislo počiatočného uzlu; číslo koncového uzlu úseku; počet delení úseku (max. 99); koeficient nelinearity delenia (–8 až +8); číslo koncového uzla úseku. Napr. pre vetvu 1 sú to tieto dáta: 1, 2, 25, 0, 0. Pre vetvu 2 sú to dáta: 7, 6, 10, 0, 5, 8, 0, 4, 12, 0, 3, 7, 0, 0. Pre ostatné vetvy sa dáta definujú rovnakým spôsobom.

| |
|---|
| Popis oblastí (max. počet oblastí = 20) |
| Počet oblastí: [ 0 ] **1** |

Nasleduje popis hranice každej oblasti. Volíme za kladný smer obehu oblasti smer proti pohybu hodinových ručičiek a zadávame postupne čísla vetiev v smere obehu so znamienkami. Znamienko mínus znamená, že sa orientácia vetvy zmení na opačnú. Napr. pre náš prípad bude oblasť zadaná takto (ak zvolíme ako prvú v poradí vetvu 1): 1, –4, –2, 3, 0. V ďalšom si program automaticky vyžiada meno pracovného súboru, do ktorého uloží všetky nami doteraz definované dáta. Meno tohto súboru stačí napísať bez prípony. Ak sme sa pomýlili pri zadávaní dát, treba vojsť do položky *Oprava dat*. Pri opravách dát sú tentoraz v hranatých zátvorkách nami naposledy definované hodnoty. Po oprave je možné uložiť opravené dáta do nového alebo pôvodného súboru. Program nakonci teda vygeneruje súbor s príponou **.ING*.

V ďalšom sa generuje vo vnútri zadaných podoblastí (v našom prípade iba v jednej oblasti) sieť trojuholníkov. Tá sa behom generácie kreslí na obrazovku. Po vygenerovaní siete prvkov na všetkých oblastiach sú dielčie siete každej oblasti samočinne ***geometricky optimalizované***, tj. upraví sa tvar siete tak, aby boli vedľa seba trojuholníky s približne rovnakou veľkosťou a tvarom blízkym rovnostrannému trojuholníku. Pre optimálne využitie pamäti procesora *POISE* je treba prečíslovať uzly a prvky siete. Program si vyžiada zadanie pozície počiatočného uzla pre prečíslovanie. Pomocou kurzora a myši alebo šípkami na klávesnici zadáme graficky kliknutím do obrázka najlepšie niektorý z krajných (na vonkajšej hranici) uzlov – doporučuje sa voliť uzol v rohu, ak kruhové oblúky netvoria vonkajšiu hranicu. Program vypočíta spotrebovanú pamäť a porovná ju s maximálnou prípustnou hranicou pamäti pre výpočet matice prvkov. Ak je spotrebovaná pamäť väčšia ako maximálna, treba voľbu nového uzla na prečíslovanie uzlov a prvkov opäť zopakovať. Údaj o maximálnej aj spotrebovanej pamäti sa vypíše vpravo hore do okienka.

Po spustení programu *POISE* môžeme vybrať pracovný súbor **.EXG* z programu *GENERACE SITE* pomocou ponuky *Vypis adresare...* . Po úspešnom natiahnutí súboru do procesora *POISE* sa v pravom hornom okienku zobrazia údaje o počte oblastí, uzlov a prvkov. Po stlačení *Enter*-u sa najprv zadávajú dáta popisujúce typ symetrie riešenej úlohy. Preddefinovaná je rovinná symetria (pravouhlá súradnicová sústava s osami "x" a "y"). Pri voľbe rotačnej symetrie (valcová súradnicová sústava) program kontroľuje, či niektorá súradnica x ≡ r nie je záporná. Ak je záporná, program na to upozorní a rotačnú symetriu v tomto prípade nemožno zvoliť.

Ďalej sa zadajú zložky tenzora relatívnej permitivity. Hranice oblastí, ktorých permitivita sa bude zadávať, sa vysvietia bielou farbou. Permitivita sa chápe ako tenzor so zložkami v smere hlavných osí. Preto sa zadávajú dvojice hodnôt Eps(x) a Eps(y) v smere osí x, y pre rovinnú úlohu alebo Eps(r) a Eps(z) v smeroch r, z pre rotačne symetrickú

úlohu. V našom prípade sa volia obe hodnoty Eps(x) a Eps(y) rovnaké, lebo zadefinovaná oblasť predstavuje homogénne izotropné prostredie.

Po permitivite sa popisujú elektródy a to tak, že sa najprv zadá počet elektród:

| |
|---|
| Elektródy so zadaným potenciálom max. 10 |
| Počet elektród: [ 0 ] **2** |

potom sa ku každej elektróde zadá počet vetiev:

| |
|---|
| Elektróda č.1 |
| Počet vetiev: [ 0 ] **1** |

a čísla všetkých vetiev elektródy:

| |
|---|
| Elektróda č.1 |
| Vetva 1 má čislo: [ 0 ] **2** |

po zadaní čísiel všetkých vetiev sa elektróde priradí hodnota potenciálu s rozmerom [ V ]:

| |
|---|
| Elektróda č.1 |
| Potenciál: [ 0 ] **100** |

Pri definovaní druhej elektródy postupujeme rovnako, len elektróde č.2 prisúdime vetvu č.1 s hodnotou potenciálu 0 V.

V tomto programe je možné potom definovať ešte zdroje (oblasti) s objemovým nábojom. Pritom sa zadá počet oblastí so zdrojmi poľa konštantnej objemovej hustoty náboja; k jednotlivým zdrojom sa priradia čísla oblastí a nakoniec veľkosť hustoty náboja v normovanom tvare (vztiahnutú k permitivite vákua): $\rho/\varepsilon_o$.

Ako posledné možno zadefinovať zdroje s nábojom na plochách. Zadáva sa, ak existujú nenulové Neumannove podmienky na ľubovoľných vetvách mimo vetiev, ktoré tvoria elektródy. Načíta sa najprv počet vetiev s plošnou hustotou náboja, potom sa priradia k jednotlivým zdrojom čísla vetiev a nakoniec veľkosť plošnej hustoty náboja v normovanom tvare (vztiahnutú k permitivite vákua): $\sigma/\varepsilon_o$. S Neumannovou podmienkou je viazaná vzťahom:

$$\frac{\sigma}{\varepsilon_o} = \varepsilon_r \frac{\partial \varphi}{\partial n}$$ , kde "*n*" je vonkajšia normála

Všetky načítané dáta sa uložia do súboru s rozšírením *∗.IPE*. Pokiaľ sme pri zadávaní dát urobili niekde chybu, je možné túto odstrániť podobne ako v jednotke *GENERACE SITE* pomocou voľby *Oprava dat z Poise.* Po prípadných opravách program automaticky ponúkne vytvorenie formátového súboru dát:

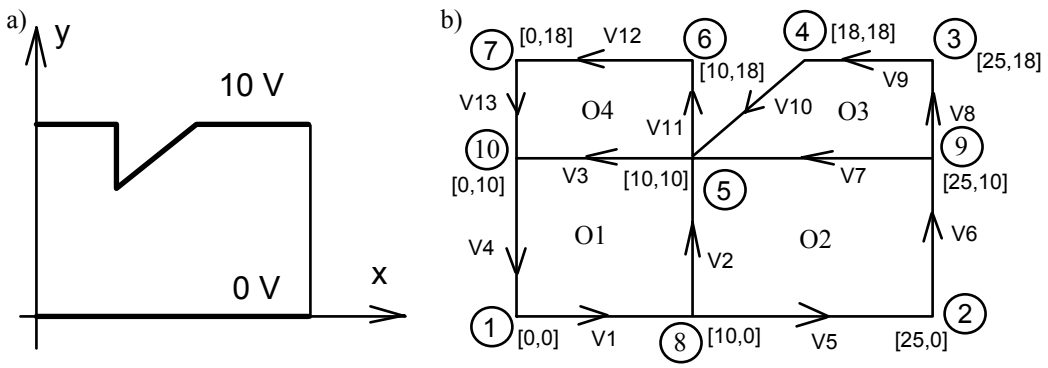
| Otvoriť ∗.PRP ? |
|---|
| **N**ie |
| **Á**no |

Tento súbor obsahuje informácie o symetrii úlohy, permitivitách oblastí, elektródach, oblastiach s nábojom, vypočítané potenciály v uzloch siete a intenzity na prvkoch. V prípade, že sú dáta zadané, je možné pokračovať výpočtom úlohy potvrdením položky *Vypocet ulohy* v nasledujúcom menu. Behom výpočtu úlohy sa na obrazovke uvádzajú informácie o momentálnej činnosti programu. Po uložení dát je možné využiť program *POISE* opakovane pre výpočet potenciálu s inými dátami alebo sa vrátiť do vstupného menu systému MEP.

Po odchode do hlavného menu programového systému MEP možno spustiť programovú jednotku *POSTPROCES*. Vstupným súborom je výstupný súbor z procesora *POISE* s príponou *∗.EXP*. Tento súbor načítame opäť pomocou ponuky *Vypis adresare...* alebo priamo zadáme názov dátového súboru, pokiaľ si pamätáte jeho meno! Postprocesor po úspešnom načítaní pokračuje výpočtom pomocných veličín. Ďalšia činnosť je riadená podľa vlastného výberu z menu, ktoré ponúka: a) informácie o hodnotách alebo rozložení potenciálu; b) vykreslenie siločiary elektrického poľa, ktorá vychádza zo zadaného uzla siete (možno viackrát opakovať, čím sa získa mapa siločiar); c) informácie o hodnotách alebo rozložení modulu intenzity elektrického poľa; d) zobrazenie vektorov **E** na zadanej rovnomernej sieti; d) výpočet toku indukcie elektródami a celkovej energie systému; e) zobrazenie siete konečných prvkov; f) zväčšenie vymedzenej oblasti (funkcia *Zoom*); g) kópiu obrazovky na tlačiareň (pomocou programu PIZZAZ alebo napr. GRAPHICS.COM a pod.); h) možnosť práce s iným dátovým súborom a i) návrat do vstupného menu systému MEP. Poznamenávame, že práca s touto programovou jednotkou je veľmi jednoduchá a program vás sám vedie pri akejkoľvek voľbe ponuky z menu k cieľu.

**Príklad 2:** *Rovinné pole medzi dvoma elektródami*

Príklad je analogický ako príklad 1, len homogénne izotrópne prostredie medzi elektródami rozdelíme napr. na štyri podoblasti, čím dosiahneme previdelnejšiu sieť ako v prvom prípade. Skúste si sami naprogramovať takéto geometrické usporiadanie oblastí!



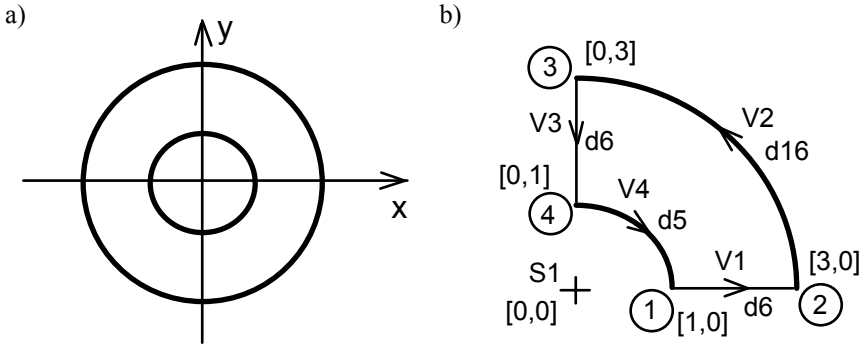

Obr.2 Usporiadanie elektród a graf pre zadanie vstupných dát

Pri zadávaní geometrie treba definovať postupne každú oblasť zvlášť, tj. postup z prvého príkladu opakovať 4-krát. To isté platí aj o definovaní materiálových parametrov u každej jednej oblasti.

**Príklad 3:** *Pole v koaxiálnom kábli*

Táto úloha je ukážkou hlavne definovania hraníc oblastí v tvare oblúka. Hranicu tvoria teda vetvy, ktoré sú časťou kružnice. Vzhľadom na symetriu stačí definovať iba časť zadaného modelu na obr.3. Volíme rovnomerné rozloženie uzlov na vetvách kvôli pravidelnejšej sieti trojuholníkových prvkov. Z obr. 3 je vidieť, že vetvy 2 a 4 sú časťou kruhového oblúku so stredom S1. Počet stredov oblúkov je teda rovný jednej. Vetvy 1 a 3 predstavujú siločiary, tj. nulovú Neumannovú podmienku. Pri popise úseku v tvare oblúka teda postupujeme tak, že zadáme:

– číslo počiatočného uzla
– číslo koncového uzla so znamienkom mínus (znamienko mínus značí, že sa bude vykresľovať kruhový oblúk!)
– číslo stredu so znamienkom + alebo – ( + značí, že oblúk je vzhľadom ku stredu orientovaný kladne, – záporne; poznamenávame, že kladná orientácia oblasti, tj. vetviev prislúchajúcich k tejto oblasti je v smere proti pohybu hodinových ručičiek!)
– počet delení.



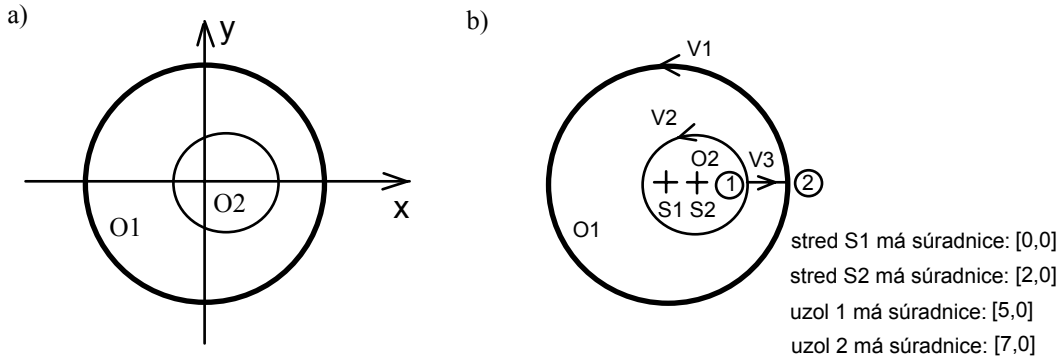

Obr.3 Usporiadanie elektród a graf pre zadanie vstupných dát

– koeficient nelinearity
– ďalší úsek alebo koniec vetvy.

Skúste si naprogramovať model koaxiálneho kábla! Pri definovaní materiálových parametrov postupujte ako v príklade 1.

**Príklad 4:** *Viacnásobne súvislá oblasť*

Tento príklad je ukážkou definovania ***viacnásobne*** (v tomto prípade *dvojnásobne*) ***súvislej oblasti***, obr.4. Príklad môže predstavovať napr. model koaxiálneho kábla s vysunutou vnútornou žilou alebo válec s nábojom zadanej objemovej hustoty v podoblasti 2. Pre potreby generátora siete je treba urobiť rez medzi jednotlivými hranicami a vytvoriť tak podoblasť 1 ***jednoducho súvislú***. Úlohu preto modelujeme dvoma podoblasťami. Volíme rovnomerné rozloženie uzlov na vetvách. Graf modelu má 3 vetvy, pričom každá je určená jedným úsekom. Vetva 3 je tzv. ***rezová*** (tj. pomocná) a vetva 1 popisuje elektródu. Počet stredov oblúkov je rovný 2.




Obr.4 Usporiadanie elektród a graf pre zadanie vstupných dát

Počet uzlov úsekov je rovný 2. Počet stredov oblúkov je 2 a počet vetiev je 3. Vetvy zadanej úlohy sú teda popísané nasledujúcimi dátami (skúste si ich najprv sami určiť!):
dáta vetvy 1: 2, –2 (znamienko mínus značí, že ide o kruhový oblúk!), 1, 28, 0, 0
dáta vetvy 2: 1, –1, 2, 12, 0, 0
dáta vetvy 3: 1, 2, 3, 0, 0
a podoblasti:
vetvy oblasti 1: 1, –3, –2, 3, 0
vetvy oblasti 2: 2, 0.
Poznámka: ak chcete danú úlohu riešiť ako rotačne symetrickú so súradnicami "r" a "z", musíte zvoliť položku ***R*** – *Z rotacni* v menu *Zmena symetrie* čím sa vykoná zámena súradníc r ⟶ x, z ⟶ y. Osou symetrie je os z ≡ y. Riešená oblasť (alebo podoblasti) môžu ležať iba v polrovine r ≥ 0, tj. všetky súradnice uzlov musia vyhovovať podmienke: x[i] ≥ 0, avšak uzly stredov oblúkov môžu mať x--ovú súradnicu ľubovoľnú a stred oblúka môže ležať i mimo riešenú oblasť (alebo mimo riešených podoblastí)!