

Lineárne obvody v stacionárnom ustálenom stave 1 (Úloha A-1)

Úloha

Pomocou laboratórneho obvodového modelu experimentálne overte:

- A-1.1 prvý a druhý Kirchhoffov zákon,
- A-1.2 metódu slučkových prúdov,
- A-1.3 metódu uzlových napätí.

Teoretický úvod

Cieľom tohto laboratórneho cvičenia je meraním overiť vybrané poznatky z teórie elektrických obvodov, konkrétne Kirchhoffove zákony a základné metódy analýzy lineárnych elektrických obvodov (ďalej len LO) v stacionárnom ustálenom stave.

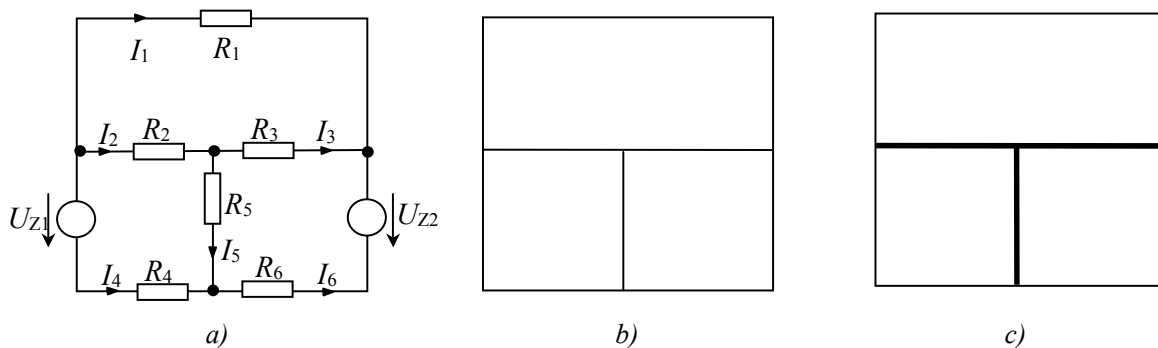
Všetky postupy analýzy LO využívajú dva Kirchhoffove zákony (1. KZ – pre prúdy v uzle, 2. KZ pre napätia v slučke). V obvode s x neznámymi prúdmi treba na určenie prúdov vo všeobecnosti zostaviť sústavu x rovníc. Aby rovnice potrebné na výpočet prúdov boli lineárne nezávislé, musia sa dodržať nasledujúce pravidlá:

- pomocou 1. KZ možno napísať $u-1$ rovníc, kde u je počet uzlov,
- pomocou 2. KZ možno napísať $x-u+1$ rovníc.

Pri priamej aplikácii 1. a 2. KZ sa rieši úplná sústava x lineárnych rovníc. Vhodnou elimináciou však možno znížiť počet rovníc, ktoré treba riešiť. V teórii obvodov sa na to využívajú dva základné postupy:

- zostaví sa $x-u+1$ rovníc pomocou 2. KZ aplikovaného na vhodne zvolené slučky, pričom v týchto rovniciach sú implicitne zahrnuté rovnice písané 1. KZ pre príslušné uzly (metóda slučkových, resp. tetivových prúdov),
- zostaví sa $u-1$ rovníc pomocou 1. KZ aplikovaného na vhodne zvolené uzly, pričom v týchto rovniciach sú implicitne zahrnuté rovnice písané 2. KZ pre príslušné slučky (metóda uzlových, resp. vetvových napätí).

Uvažujme napr. obvod podľa obr. 1a, ktorého graf je na obr. 1b. V grafe obvodu možno zakresliť *strom*, čo je súbor hrán (úsekov), ktoré spájajú všetky uzly a nevytvárajú pritom žiadnu slučku. Jeden z možných stromov je na obr. 1c, pričom *vetvy stromu* sú zakreslené tučnou čiarou. Ostatné hrany grafu sú *tetivy*. V tomto obvode je počet neznámych prúdov $x = 6$, počet vetiev stromu je $u - 1 = 3$, počet tetív $x - u + 1 = 3$.

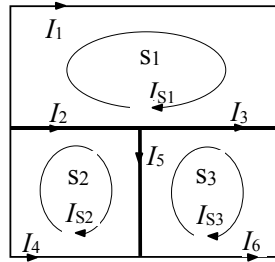


Obr. 1

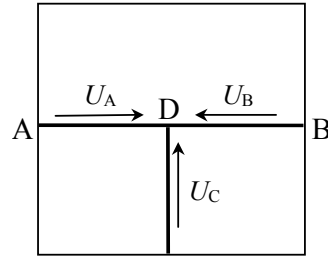
Metóda slučkových prúdov

Metóda slučkových prúdov (ďalej len MSP) vychádza z toho, že **pri znalosti prúdov v tetivách obvodu možno určiť všetky ostatné prúdy, t. j. prúdy vo vetvách stromu**. Pri MSP sa preto za neznáme zvolia *slučkové prúdy* a pre ne sa zostaví a následne rieši sústava $x - u + 1$ rovníc.

Pre uvažovaný obvod sú na obr. 2 sú vyznačené slučkové prúdy I_{s1} až I_{s3} vo zvolených slučkách $s1$ až $s3$ (sú to zároveň (s prípadným rozdielnym znamienkom) prúdy v príslušných tetivách (prúdy I_1, I_4 a I_6). Sústava $x - u + 1 = 3$ rovníc sa získa aplikovaním 2. KZ na slučky $s1$ až $s3$. Po určení slučkových prúdov možno z nich vypočítať ostatné prúdy (prúdy vo vetvách stromu).



Obr. 2



Obr. 3

Pre slučky zvolené podľa obr. 2 sú slučkové prúdy

$$I_{s1} = I_1 \quad I_{s2} = -I_4 \quad I_{s3} = -I_6 \quad (1)$$

a prúdy vo vetvách stromu

$$I_2 = I_{s2} - I_{s1} \quad I_3 = I_{s3} - I_{s1} \quad I_5 = I_{s2} - I_{s3} \quad (2)$$

Druhý KZ aplikovaný na slučky s_1 až s_3 (prúdy v úsekoch sú vyjadrené pomocou slučkových prúdov):

$$\begin{aligned} \text{slučka } s1 & \quad R_1 I_{s1} + R_2 (I_{s1} - I_{s2}) + R_3 (I_{s1} - I_{s3}) = 0 \\ \text{slučka } s2 & \quad R_2 (I_{s2} - I_{s1}) + R_5 (I_{s2} - I_{s3}) + R_4 I_{s2} - U_{z1} = 0 \\ \text{slučka } s3 & \quad R_3 (I_{s3} - I_{s1}) + U_{z2} + R_6 I_{s3} + R_5 (I_{s3} - I_{s2}) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Riešením sústavy (3) sa určia slučkové prúdy I_{s1} až I_{s3} . Prúdy v obvode sa určia dosadením do (1) a (2).

Metóda uzlových napätí:

Metóda uzlových napätí (ďalej len MUN) vychádza z toho, že **pri znalosti napätí na všetkých vetvách stromu možno určiť napätia na všetkých tetivách, a tým aj všetky prúdy v obvode**. Pri MUN sa preto za neznáme volia napätia na vetvách stromu. Na určenie uzlových napätí treba riešiť $u - 1$ rovníc. Po vypočítaní uzlových napätí sa z nich určia prúdy obvodu.

V obvode na obr. 1a uvažujme strom podľa obr. 1c. Ak za vzťažný zvolíme uzol D, uzlové napätia sú U_A, U_B, U_C (obr. 3). Prúdy v obvode vyjadrené pomocou uzlových napätí a napätí zdrojov sú

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{U_{R1}}{R_1} = \frac{U_A - U_B}{R_1} & I_2 &= \frac{U_{R2}}{R_2} = \frac{U_A}{R_2} & I_3 &= \frac{U_{R3}}{R_3} = \frac{-U_B}{R_3} \\ I_4 &= \frac{U_{R4}}{R_4} = \frac{-U_{z1} + U_A - U_C}{R_4} & I_5 &= \frac{U_{R5}}{R_5} = \frac{-U_C}{R_5} & I_6 &= \frac{U_{R6}}{R_6} = \frac{U_C - U_B + U_{z2}}{R_6} \end{aligned} \quad (4)$$

Sústava rovníc MUN sa získa aplikáciou 1. KZ na uzly A, B, C:

$$\begin{array}{l} \text{uzol A} \quad I_1 + I_2 + I_4 = 0 \\ \text{uzol B} \quad -I_1 - I_3 - I_6 = 0 \\ \text{uzol C} \quad -I_4 - I_5 + I_6 = 0 \end{array} \quad (5)$$

Po dosadení prúdov zo vzťahov (4) do sústavy rovníc (5) a riešením sústavy (5) sa určia uzlové napätia. Po ich spätnom dosadení do (4) sa vypočítajú hľadané prúdy obvodu.

Použité prístroje a zariadenia

Merací obvod sa realizuje pomocou obvodového modelu, ktorý sa skladá zo zapojovacej dosky a z prvkov elektrického obvodu – násuvných modulov, ktorých kontakty sa zasúvajú do zapojovacej dosky. Pre LO sú k dispozícii tieto typy modulov:

- modul typu VODIČ (kontakty modulu sú navzájom spojené vodičom so zanedbateľným odporom); namiesto viacerých takýchto modulov zapojených do série možno použiť spojovací vodič (zníži sa tým počet kontaktných spojov, ktoré môžu byť zdrojom chýb),
- modul typu REZISTOR (vo vnútri modulu je zabudovaný rezistor; približná hodnota odporu je vyznačená na module),
- modul typu ZDROJ. Tento modul neobsahuje zabudovaný zdroj, slúži len na sprehľadnenie zapojenia, vonkajší zdroj napätia sa pripojí k jeho vrchným kontaktom.

Ako zdroje konštantného napätia sa použijú elektronické stabilizované zdroje. Na meranie napätí sa použije voltmeter (multimeter). Na kontrolu a presnejšie určenie odporu modulov typu rezistor sa použije ohmmeter (ten istý multimeter).

Postup pri riešení úloh

Všeobecne (pre všetky časti úlohy)

Z vybraných modulov zostavte zvolený elektrický obvod – ak vedúci cvičenia neurčí inak, zostavte obvod mostíkového typu s tromi jednoduchými slučkami (napr. podľa obr. 1b) a s dvoma modulmi typu ZDROJ umiestnenými v rôznych úsekoch. Samotné zdroje k modulom zatiaľ nepripojujte.

Odporúčané hodnoty parametrov pasívnych a aktívnych prvkov:

- hodnoty odporov zvolte tak, aby veľkosti prúdov v jednotlivých úsekoch podľa možnosti neboli rádovo rozdielne (zvolte napr. rádovo rovnaké odpory),
- ak sa rozhodnete vytvoriť úsek len z modulov typu VODIČ (úsek s nulovým odporom), takýto úsek môže byť maximálne jeden,
- svorkové napätie regulovateľných zdrojov voľte v rozsahu 4 – 12 V.

Pred pripojením zdrojov určite meraním skutočný odpor použitých prvkov typu REZISTOR (pri meraní odporu treba prerušiť úsek s meraným modulom, aby ostatné prvky neovplyvnili meranú hodnotu). V prípade pochybností je účelné meraním skontrolovať, či prechodový odpor kontaktných spojov zostaveného obvodu nie je neprípustne veľký.

Do obvodu zapojte elektronické zdroje napätia a nastavte na nich zvolené hodnoty napätia. Napätie zdrojov nastavujte a merajte v zostavenom obvode (napätie naprázdno zdroja sa môže čiastočne líšiť od napätia v danom pracovnom režime). Napätie zdrojov kontrolujte pri každej uskutočnenej zmene zapojenia.

Napätia na jednotlivých prvkoch, úsekoch a pod. sa určia meraním voltmetrom, ktorý sa pripája na svorky modulov, resp. na svorky zapojovacej dosky.

Prúdy v jednotlivých úsekoch sa určia meraním napätia na príslušnom module REZISTOR, prúd sa vypočíta pomocou Ohmovho zákona ako podiel nameraného napätia na rezistore a odporu rezistora. Prúd v úseku s nulovým odporom sa určí výpočtom pomocou 1. Kirchhoffovho zákona (pri výpočte pozor na zvolenú orientáciu a znamienko jednotlivých prúdov).

Úloha A-1.1

Zostavte príslušný lineárny obvod. Odmerajte napätia na všetkých prvkoch obvodu a z nameraných napätí vypočítajte všetky prúdy v obvode. Potom obvod riešte analyticky spôsobom, ktorý vám určí vedúci cvičenia.

Overenie 1. KZ: V obvode zvolte jeden uzol. Vypočítajte algebraický súčet prúdov incidujúcich so zvoleným uzlom (prúdy určené analýzou obvodu, resp. z merania). Výsledky zostavte do tabuľky (tabuľka 1). Do tabuľky zapíšte aj relatívne chyby prúdov určených z merania δ_I .

Tabuľka 1 Overenie 1. Kirchhoffovho zákona

Prúdy incidujúce so zvoleným uzlom	Teoretický výpočet I_{vyp} (A)	Meranie I_{mer} (A)	Relatívna chyba merania δ_I (%)
ΣI (A)			

Použitý vzťah:

$$\delta_I = \frac{I_{mer} - I_{vyp}}{I_{vyp}} 100 \quad (\%)$$

Overenie 2. KZ: V obvode zvolte ľubovoľnú slučku. Vypočítajte algebraický súčet napätí vo zvolenej slučke (napätia určené analýzou obvodu, resp. z merania). Výsledky zostavte do tabuľky (tabuľka 2). Do tabuľky zapíšte aj relatívne chyby napätí určených meraním δ_U .

Tabuľka 2 Overenie 2. Kirchhoffovho zákona

Napätia incidujúce so zvolenou slučkou	Teoretický výpočet U_{vyp} (V)	Meranie U_{mer} (V)	Relatívna chyba δ_U (%)
ΣU (V)			

Použitý vzťah:

$$\delta_U = \frac{U_{mer} - U_{vyp}}{U_{vyp}} 100 \quad (\%)$$

Úloha A-1.2

Z výsledkov meraní v úlohe A-1.1 určite slučkové prúdy vyšetrovaného obvodu. Obvod riešte analyticky metódou slučkových prúdov. Porovnajte slučkové prúdy určené meraním a výpočtom. Výsledky zostavte do tabuľky (tabuľka 3).

Tabuľka 3 Overenie metódy slučkových prúdov

Slučkový prúd	Teoretický výpočet (A)	Meranie (A)	Percentuálna chyba $\delta\%$ (%)
I_{s1}			
I_{s2}			
I_{s3}			

Úloha A-1.3

Z výsledkov meraní v úlohe A-1.1 určite uzlové napätia vyšetrovaného obvodu. Obvod riešte analyticky metódou uzlových napätí. Porovnajte uzlové napätia určené meraním a výpočtom. Výsledky zostavte do tabuľky (navrhnete vhodnú tabuľku).

Literatúra:

[1] ŠUMICHRASŤ E. A KOL.: Teoretická elektrotechnika. Návody na laboratórne cvičenia z Teórie obvodov. Bratislava, Alfa, 2003, s. 5 – 12

[2] BENDA, O., HANAJÍKOVÁ, D., HEGYI, S.: Základy elektrotechniky. Bratislava, Alfa, 1990