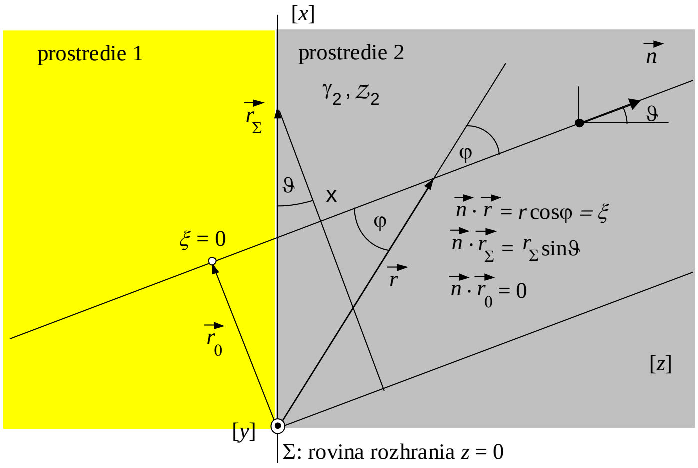
Súčin $\vec{n}\cdot\vec{r}=|\vec{n}||\vec{r}|\cos\varphi=r\cos\varphi=\xi$ vyjadruje vzdialenosť v "lokálnej" súradnicovej sústave, meranú od miesta ktoré je určená polohovým vektorom $\vec{r}_0$. Podľa obrázku je ďalej zrejmé, že polohový vektor $\vec{r}_\Sigma$ ktorý leží v ľubovolnom bode rozhrania Σ (rovina $z=0$), spĺňa vzťah: $\vec{n}\cdot\vec{r}_\Sigma=r_\Sigma\sin\vartheta=\eta$.



Každá zo zložiek poľa, podľa obrázkov prílohy (na konci) znázorňujúcich šikmý dopad elektromagnetického vlnenia na rozhranie dvoch prostredí, v prípadoch, označených ako $\perp$ a $\parallel$, bude v symbolike komplexných vektorov popísaná formálne rovnako:

$$\vec{\mathcal{E}}_d(\vec{r})=\vec{\mathcal{E}}_{d0}e^{-\gamma_1\vec{n}_d\cdot\vec{r}},\qquad \vec{\mathcal{H}}_d(\vec{r})=\vec{\mathcal{H}}_{d0}e^{-\gamma_1\vec{n}_d\cdot\vec{r}},\qquad \vec{n}_d\times\vec{\mathcal{E}}_{d0}=Z_1\vec{\mathcal{H}}_{d0}$$
$$\vec{\mathcal{E}}_r(\vec{r})=\vec{\mathcal{E}}_{r0}e^{-\gamma_1\vec{n}_r\cdot\vec{r}},\qquad \vec{\mathcal{H}}_r(\vec{r})=\vec{\mathcal{H}}_{r0}e^{-\gamma_1\vec{n}_r\cdot\vec{r}},\qquad \vec{n}_r\times\vec{\mathcal{E}}_{r0}=Z_1\vec{\mathcal{H}}_{r0}$$
$$\vec{\mathcal{E}}_p(\vec{r})=\vec{\mathcal{E}}_{p0}e^{-\gamma_2\vec{n}_p\cdot\vec{r}},\qquad \vec{\mathcal{H}}_p(\vec{r})=\vec{\mathcal{H}}_{p0}e^{-\gamma_2\vec{n}_p\cdot\vec{r}},\qquad \vec{n}_p\times\vec{\mathcal{E}}_{p0}=Z_2\vec{\mathcal{H}}_{p0}$$

Komplexné vektory $\vec{\mathcal{E}}_{d0},\vec{\mathcal{H}}_{d0}$, $\vec{\mathcal{E}}_{r0},\vec{\mathcal{H}}_{r0}$ $\vec{\mathcal{E}}_{p0},\vec{\mathcal{H}}_{p0}$ prislúchajú dopadajúcej (*d*), odrazenej (*r*) a prechádzajúcej (*p*) vlne v mieste $\vec{r}=0$. Po oboch stranách rozhrania (v prostredí 1 a 2) sú fázory elektrickej a magnetickej intenzity: $\mathcal{E}_{d0}=Z_1\mathcal{H}_{d0}$, $\mathcal{E}_{r0}=Z_1\mathcal{H}_{r0}$ resp. $\mathcal{E}_{p0}=Z_2\mathcal{H}_{p0}$, viazané "jednoduchšími" vzťahmi ako príslušné rovnice s komplexnými vektormi uvedené vyššie.

V ďalšom budeme vychádzať z toho, že na rozhaní ($\vec{r}=\vec{r}_\Sigma$) zaznamenávame spojitosť tangenciálnych zložiek $\vec{E}_{1t}=\vec{E}_{2t}$, $\vec{H}_{1t}=\vec{H}_{2t}$ (reálnych) vektorov:

$$\underbrace{\vec{E}_{dt}(\vec{r}_\Sigma)+\vec{E}_{rt}(\vec{r}_\Sigma)}_{\vec{E}_{1t}}=\underbrace{\vec{E}_{pt}(\vec{r}_\Sigma)}_{\vec{E}_{2t}},\qquad \underbrace{\vec{H}_{dt}(\vec{r}_\Sigma)+\vec{H}_{rt}(\vec{r}_\Sigma)}_{\vec{H}_{1t}}=\underbrace{\vec{H}_{pt}(\vec{r}_\Sigma)}_{\vec{H}_{2t}}$$

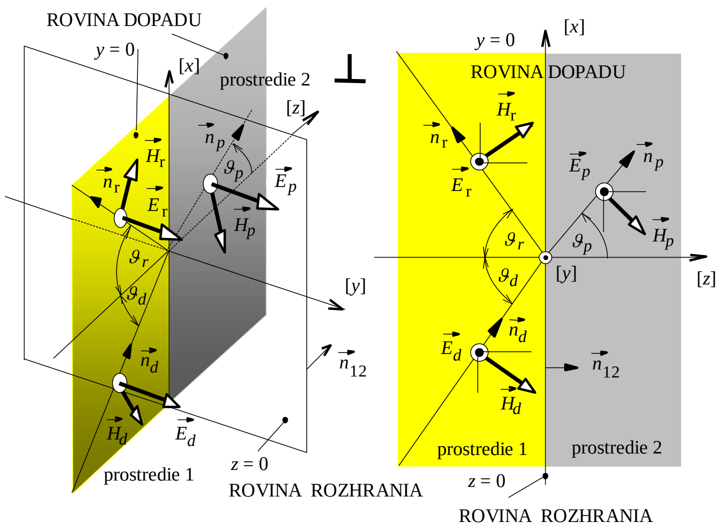
Treba však zvlášť úvážiť prípady s odlišnou priestorovou orientáciou vektorov poľa: $\perp$ - vektor $\vec{E}$ je kolmý na rovinu dopadu (vektor $\vec{E}$ má na rozhraní len tangenciálne zložky); $\parallel$ - vektor $\vec{E}$ leží v rovine dopadu (je s ňou rovnobežný), takže vektor ktorý má na rozhraní len tangenciálne zložky - je vektor $\vec{H}$.
Tieto okolnosti sú v komplexnej symbolike vyjadrené rovnosťami:

Prvý prípad $\perp$: $\vec{\mathcal{E}}_1\equiv\vec{\mathcal{E}}_{1t}$, $\vec{\mathcal{E}}_2\equiv\vec{\mathcal{E}}_{2t}$, a súčasne $\vec{\mathcal{H}}_1=\vec{\mathcal{H}}_{1t}+\vec{\mathcal{H}}_{1n}$, $\vec{\mathcal{H}}_2=\vec{\mathcal{H}}_{2t}+\vec{\mathcal{H}}_{2n}$

komplexné vektorové rovnice | fázorové rovnice

$$\underbrace{\vec{\mathcal{E}}_d(\vec{r}_\Sigma)+\vec{\mathcal{E}}_r(\vec{r}_\Sigma)}_{\vec{\mathcal{E}}_1}=\underbrace{\vec{\mathcal{E}}_p(\vec{r}_\Sigma)}_{\vec{\mathcal{E}}_2}\qquad\qquad \underbrace{\mathcal{E}_d(\vec{r}_\Sigma)+\mathcal{E}_r(\vec{r}_\Sigma)}_{\mathcal{E}_1}=\underbrace{\mathcal{E}_p(\vec{r}_\Sigma)}_{\mathcal{E}_2}$$

$$\boxed{\underbrace{\vec{\mathcal{H}}_{dt}(\vec{r}_\Sigma)+\vec{\mathcal{H}}_{rt}(\vec{r}_\Sigma)}_{\vec{\mathcal{H}}_{1t}}=\underbrace{\vec{\mathcal{H}}_{pt}(\vec{r}_\Sigma)}_{\vec{\mathcal{H}}_{2t}}\qquad \underbrace{\mathcal{H}_{dt}(\vec{r}_\Sigma)-\mathcal{H}_{rt}(\vec{r}_\Sigma)}_{\mathcal{H}_{1t}}=\underbrace{\mathcal{H}_{pt}(\vec{r}_\Sigma)}_{\mathcal{H}_{2t}}}\quad\leftarrow \text{platí len pre tangenciálne zložky } \mathcal{H}_t$$



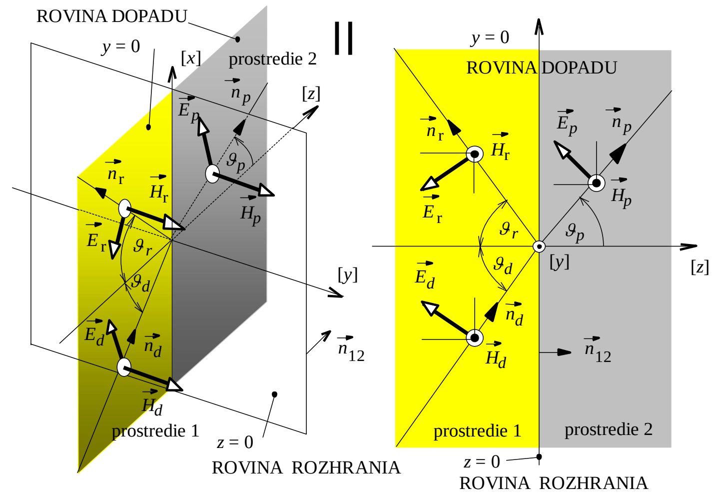
V prvom prostredí sú súhlasne orientované vektory $\vec{E}_d, \vec{E}_r$. Normálové zložky $\vec{H}_{dn}, \vec{H}_{rn}$ sú orientované tiež súhlasne, ale tangenciálne zložky $\vec{H}_{dt}, \vec{H}_{rt}$ sú orientované opačne. Tangenciálna zložka $\vec{H}_{dt}$ v prvom a tangenciálna zložka $\vec{H}_{pt}$ v druhom prostredí, sú však opäť orientované rovnakým smerom.

Druhý prípad || : $\vec{\mathcal{H}}_1 \equiv \vec{\mathcal{H}}_{1t}$, $\vec{\mathcal{H}}_2 \equiv \vec{\mathcal{H}}_{2t}$ a súčasne $\vec{\mathcal{E}}_1 = \vec{\mathcal{E}}_{1t} + \vec{\mathcal{E}}_{1n}$, $\vec{\mathcal{E}}_2 = \vec{\mathcal{E}}_{2t} + \vec{\mathcal{E}}_{2n}$

komplexné vektorové rovnice fázorové rovnice

$$\underbrace{\vec{\mathcal{H}}_d(\vec{r}_\Sigma) + \vec{\mathcal{H}}_r(\vec{r}_\Sigma)}_{\vec{\mathcal{H}}_1} = \underbrace{\vec{\mathcal{H}}_p(\vec{r}_\Sigma)}_{\vec{\mathcal{H}}_2} \qquad \underbrace{\mathcal{H}_d(\vec{r}_\Sigma) + \mathcal{H}_r(\vec{r}_\Sigma)}_{\mathcal{H}_1} = \underbrace{\mathcal{H}_p(\vec{r}_\Sigma)}_{\mathcal{H}_2}$$

$$\boxed{\underbrace{\vec{\mathcal{E}}_{dt}(\vec{r}_\Sigma) + \vec{\mathcal{E}}_{rt}(\vec{r}_\Sigma)}_{\vec{\mathcal{E}}_{1t}} = \underbrace{\vec{\mathcal{E}}_{pt}(\vec{r}_\Sigma)}_{\vec{\mathcal{E}}_{2t}} \qquad \underbrace{\mathcal{E}_{dt}(\vec{r}_\Sigma) - \mathcal{E}_{rt}(\vec{r}_\Sigma)}_{\mathcal{E}_{1t}} = \underbrace{\mathcal{E}_{pt}(\vec{r}_\Sigma)}_{\mathcal{E}_{2t}}} \leftarrow \text{platí len pre tangenciálne zložky } \mathcal{E}_t$$



V prvom prostredí sú súhlasne orientované vektory $\vec{H}_d, \vec{H}_r$. Normálové zložky $\vec{E}_{dn}, \vec{E}_{rn}$ sú orientované tiež súhlasne, ale tangenciálne zložky $\vec{E}_{dt}, \vec{E}_{rt}$ sú orientované opačne. Tangenciálna zložka $\vec{E}_{dt}$ v prvom a tangenciálna zložka $\vec{E}_{pt}$ v druhom prostredí, sú však opäť orientované rovnakým smerom.

Vzhľadom na (predpokladané) nekonečne rozľahlé rovinné rozhranie medzi prostredím 1 a 2 dostaneme rovnaké podmienky v jeho ľubovolnom bode, nezávisle od $\vec{r}_\Sigma$, aj pri $\vec{r}_\Sigma \to 0$, čo predstavuje bod $(x,y,z) \equiv (0,0,0)$. Aby sme však tieto podmienky odvodili, musíme najprv uvažovať o všeobecnom bode $\vec{r}_\Sigma$.

Ak má byť splnené, ⊥ : $\vec{\mathcal{E}}_1 \equiv \vec{\mathcal{E}}_{1t}$, $\vec{\mathcal{E}}_2 \equiv \vec{\mathcal{E}}_{2t}$, resp. || : $\vec{\mathcal{H}}_1 \equiv \vec{\mathcal{H}}_{1t}$, $\vec{\mathcal{H}}_2 \equiv \vec{\mathcal{H}}_{2t}$, musí byť:

$$\mathcal{E}_{d0}e^{-\gamma_1\vec{n}_d\cdot\vec{r}_\Sigma}+\mathcal{E}_{r0}e^{-\gamma_1\vec{n}_r\cdot\vec{r}_\Sigma}=\mathcal{E}_{p0}e^{-\gamma_2\vec{n}_p\cdot\vec{r}_\Sigma} \qquad \mathcal{H}_{d0}e^{-\gamma_1\vec{n}_d\cdot\vec{r}_\Sigma}+\mathcal{H}_{r0}e^{-\gamma_1\vec{n}_r\cdot\vec{r}_\Sigma}=\mathcal{H}_{p0}e^{-\gamma_2\vec{n}_p\cdot\vec{r}_\Sigma}$$

$$\mathcal{E}_{d0}e^{-\gamma_1 r_\Sigma\sin\vartheta_d}+\mathcal{E}_{r0}e^{-\gamma_1 r_\Sigma\sin\vartheta_r}=\mathcal{E}_{p0}e^{-\gamma_2 r_\Sigma\sin\vartheta_p} \qquad \mathcal{H}_{d0}e^{-\gamma_1 r_\Sigma\sin\vartheta_d}+\mathcal{H}_{r0}e^{-\gamma_1 r_\Sigma\sin\vartheta_r}=\mathcal{H}_{p0}e^{-\gamma_2 r_\Sigma\sin\vartheta_p}$$

$$\mathcal{E}_{d0}+\mathcal{E}_{r0}=\mathcal{E}_{p0}\ \leftarrow \text{splnené pri } r_\Sigma=0 \qquad \mathcal{H}_{d0}+\mathcal{H}_{r0}=\mathcal{H}_{p0}\leftarrow \text{splnené pri } r_\Sigma=0$$

To v oboch prípadoch vedie k požiadavke rovností $e^{-\gamma_1 r_\Sigma\sin\vartheta_d}=e^{-\gamma_1 r_\Sigma\sin\vartheta_r}=e^{-\gamma_2 r_\Sigma\sin\vartheta_p}$. Prvú z nich možno splniť pre každé r_Σ len ak: $\sin\vartheta_r=\sin\vartheta_d\Rightarrow\vartheta_r=\vartheta_d$, čo znamená že uhol odrazu je rovnaký aho uhol dopadu. Zjednodušíme zápis zavedením nového označenia $\vartheta_d\equiv\vartheta_1$, $\vartheta_r\equiv\vartheta_1$ a $\vartheta_p=\vartheta_2$. Potom druhá rovnosť, známa ako Snellov zákon (lomu) vedie k podmienke: $\gamma_1\sin\vartheta_1=\gamma_2\sin\vartheta_2$. Teraz už môžeme položiť $r_\Sigma=0$. Z obrázkov v prílohe sa ľahko zistí, že tangenciálne zložky ($\perp$: $\vec{H}_t$ a $||$: $\vec{E}_t$) sú vyjadrené kosínovými priemetmi pri príslušných uhloch ϑ_1, ϑ_2 , takže fázorové výrazy nadobudnú tvar, $\perp$: $\mathcal{E}_{d0}+\mathcal{E}_{r0}=\mathcal{E}_{p0}$, $(\mathcal{H}_{d0}-\mathcal{H}_{r0})\cos\vartheta_1=\mathcal{H}_{p0}\cos\vartheta_2$; $||$: $\mathcal{H}_{d0}+\mathcal{H}_{r0}=\mathcal{H}_{p0}$, $(\mathcal{E}_{d0}-\mathcal{E}_{r0})\cos\vartheta_1=\mathcal{E}_{p0}\cos\vartheta_2$. Dosadíme postupne vzťahy, $\perp$: $\mathcal{H}_{d0}=\mathcal{E}_{d0}/\mathcal{Z}_1$, $\mathcal{H}_{r0}=\mathcal{E}_{r0}/\mathcal{Z}_1$ a $\mathcal{H}_{p0}=\mathcal{E}_{p0}/\mathcal{Z}_2$; $||$: $\mathcal{E}_{d0}=\mathcal{Z}_1\mathcal{H}_{d0}$, $\mathcal{E}_{r0}=\mathcal{Z}_1\mathcal{H}_{r0}$, $\mathcal{E}_{p0}=\mathcal{Z}_2\mathcal{H}_{p0}$. a dostaneme, $\perp$: $(\mathcal{E}_{d0}-\mathcal{E}_{r0})\mathcal{Z}_2\cos\vartheta_1=\mathcal{E}_{p0}\mathcal{Z}_1\cos\vartheta_2$; $||$: $(\mathcal{H}_{d0}-\mathcal{H}_{r0})\mathcal{Z}_1\cos\vartheta_1=\mathcal{H}_{p0}\mathcal{Z}_2\cos\vartheta_2$. Odkiaľ, po menších úpravách, odvodíme

$$\tau_\perp=\frac{\mathcal{E}_{p0}}{\mathcal{E}_{d0}}=\frac{2\mathcal{Z}_2\cos\vartheta_1}{\mathcal{Z}_2\cos\vartheta_1+\mathcal{Z}_1\cos\vartheta_2},\qquad \rho_\perp=\frac{\mathcal{E}_{r0}}{\mathcal{E}_{d0}}=\frac{\mathcal{Z}_2\cos\vartheta_1-\mathcal{Z}_1\cos\vartheta_2}{\mathcal{Z}_2\cos\vartheta_1+\mathcal{Z}_1\cos\vartheta_2},\qquad \tau_\perp-\rho_\perp=1,$$

$$\tau_\parallel=\frac{\mathcal{H}_{p0}}{\mathcal{H}_{d0}}=\frac{2\mathcal{Z}_1\cos\vartheta_1}{\mathcal{Z}_1\cos\vartheta_1+\mathcal{Z}_2\cos\vartheta_2},\qquad \rho_\parallel=\frac{\mathcal{H}_{r0}}{\mathcal{H}_{d0}}=\frac{\mathcal{Z}_1\cos\vartheta_1-\mathcal{Z}_2\cos\vartheta_2}{\mathcal{Z}_1\cos\vartheta_1+\mathcal{Z}_2\cos\vartheta_2},\qquad \tau_\parallel-\rho_\parallel=1.$$

Tieto, tzv. Fresnelove vzťahy, spolu so Snellovým zákonom $\gamma_1\sin\vartheta_1=\gamma_2\sin\vartheta_2$ resp. $\sin\vartheta_2=\frac{\gamma_1}{\gamma_2}\sin\vartheta_1$, $\cos\vartheta_2=\sqrt{1-(\frac{\gamma_1}{\gamma_2})^2\sin^2\vartheta_1}$, pri známych charakteristických (vlnových) impedanciách $\mathcal{Z}_1$, $\mathcal{Z}_2$ a konštantách šírenia (vlnových konštantách) γ_1, γ_2 a danom uhle dopadu ϑ_1 umožňujú stanoviť prenosový (transmisný) koeficient τ a koeficient odrazu (reflexný koeficient) ρ. Vzhľadom na definíciu týchto koeficientov zo vťahov, $\perp$: $\mathcal{E}_{d0}+\mathcal{E}_{r0}=\mathcal{E}_{p0}$; $||$: $\mathcal{H}_{d0}+\mathcal{H}_{r0}=\mathcal{H}_{p0}$ dostaneme,

$$\perp:\ \mathcal{E}_{d0}(1+\rho_\perp)=\mathcal{E}_{p0}=\tau_\perp\mathcal{E}_{d0}\Rightarrow 1+\rho_\perp=\tau_\perp;$$

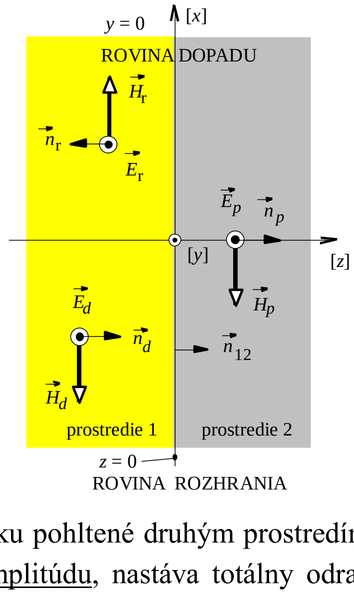
$$||:\ \mathcal{H}_{d0}(1+\rho_\parallel)=\mathcal{H}_{p0}=\tau_\parallel\mathcal{H}_{d0}\Rightarrow 1+\rho_\parallel=\tau_\parallel\ .$$

Fázory príslušných zložiek poľa ($\mathcal{H}$ v prvom a $\mathcal{E}$ v druhom prípade) potom určíme na základe ich väzby s impedanciou prostredia. Oba diskutované prípady sa stotožnia pri uhle dopadu $\vartheta_1\equiv 0$, tzv. *kolmý dopad*, kedy:

$$\tau_\perp=\frac{\mathcal{E}_{p0}}{\mathcal{E}_{d0}}=\frac{2\mathcal{Z}_2}{\mathcal{Z}_2+\mathcal{Z}_1},\qquad \rho_\perp=\frac{\mathcal{E}_{r0}}{\mathcal{E}_{d0}}=\frac{\mathcal{Z}_2-\mathcal{Z}_1}{\mathcal{Z}_2+\mathcal{Z}_1},\qquad \tau_\perp-\rho_\perp=1$$

$$\tau_\parallel=\frac{\mathcal{H}_{p0}}{\mathcal{H}_{d0}}=\frac{2\mathcal{Z}_1}{\mathcal{Z}_1+\mathcal{Z}_2},\qquad \rho_\parallel=\frac{\mathcal{H}_{r0}}{\mathcal{H}_{d0}}=\frac{\mathcal{Z}_1-\mathcal{Z}_2}{\mathcal{Z}_1+\mathcal{Z}_2},\qquad \tau_\parallel-\rho_\parallel=1$$

tu sú všetky zložky vlnenia sú vzhľadom na rozhranie tangenciálne.



ŠPECIÁLNE PRÍPADY:

Brewsterov uhol, $\vartheta_1\equiv\vartheta_B$, koeficient odrazu je nulový, vlnenie je bez zbytku pohltené druhým prostredím, neodráža sa. Kritický uhol, $\vartheta_1\equiv\vartheta_K$, koeficient odrazu má jednotkovú amplitúdu, nastáva totálny odraz. Vlnenie v druhom prostredí má zmenený charakter (pozri ďalej) - tesne za rozhraním totiž *nie je pole* "zrazu" *nulové*! - prechod musí byť spojitý. Ak sú veličiny γ_1, γ_2 komplexné, vzťahy $\gamma_1\sin\vartheta_1=\gamma_2\sin\vartheta_2$ resp. $\cos\vartheta_2=\pm\sqrt{1-(\frac{\gamma_1}{\gamma_2})^2\sin^2\vartheta_1}$ môžu viesť ku komplexným uhlom ϑ_1, ϑ_2. Uhol ϑ_2 bude komplexný aj pri reálnych hodnotách γ_1, γ_2, (rozhranie medzi ideálnymi magnetodielektrikami, $\kappa_1=0,\ \kappa_2=0$) aj pri reálnom uhle dopadu: $\vartheta_1\geq\vartheta_K$.

Brewsterov uhol ϑ_B *– prvý prípad*: z podmienky $\rho_\perp = 0$ vyplýva $Z_2\cos\vartheta_1 = Z_1\cos\vartheta_2$. Súčasne platí $\gamma_1 \sin\vartheta_1 = \gamma_2 \sin\vartheta_2$ (Snellov zákon). V prípade ideálnych magnetodielektrík, kedy $Z_1 = \sqrt{\mu_1/\varepsilon_1}$, $Z_2 = \sqrt{\mu_2/\varepsilon_2}$ a $\gamma_1 = j\omega\sqrt{\mu_1\varepsilon_1}$, $\gamma_2 = j\omega\sqrt{\mu_2\varepsilon_2}$, po dlhšej úprave dostaneme: $tg\vartheta_1^\perp = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{\varepsilon_1\mu_2 - \varepsilon_2\mu_1}{\varepsilon_2\mu_2 - \varepsilon_1\mu_1}}$, čo pri $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ vedie k výrazu $tg\vartheta_1^\perp = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}}$. Brewsterov uhol ϑ_B *– druhý prípad*: z podmienky $\rho_\parallel = 0$ vyplýva $Z_1\cos\vartheta_1 = Z_2\cos\vartheta_2$ a vzhľadom Snellov zákon, v ideálnych magnetodielektrikách opäť dostaneme: $tg\vartheta_1^\parallel = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\frac{\varepsilon_2\mu_1 - \varepsilon_1\mu_2}{\varepsilon_2\mu_2 - \varepsilon_1\mu_1}}$, čo teraz dáva $tg\vartheta_1^\parallel = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$, pri $\mu_1 = \mu_2$. Zaujímavý dôsledok sa prejaví napríklad tak, že za istých okolností sa zväzok elektromagnetického vlnenia (napríklad lúč svetla) odrazom od rozsiahlej plochy (hladina mora, povrch mesiaca) môže polarizovať. Znamená to, že z vlnenia, v ktorom pred dopadom boli vektory $\vec{E}$ orientované - vždy kolmo na smer šírenia - ale tak, že obsahujú aj $\parallel$ aj $\perp$ zložky, sa po odraze vytratí zložka $\parallel$ a zväzok (lúč) obsahuje len zožky $\perp$. Takéto, odrazom polarizované svetlo možno potom viac či menej zatlmiť (”zhasnúť”) vhodne natočeným tzv. polarizačným filtrom (bežná prax pri fotografovaní vodnej hladiny počas západu slnka).

Kritický uhol, ϑ_K .
Pretože $\gamma_1 \sin\vartheta_1 = \gamma_2 \sin\vartheta_2$, je v ideálnom magnetodielektriku $\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}\sin\vartheta_1 = \sqrt{\varepsilon_2\mu_2}\sin\vartheta_2$, resp. $\cos\vartheta_2 = \pm\sqrt{1-\sin^2\vartheta_2} = \pm\sqrt{1-\frac{\varepsilon_1\mu_1}{\varepsilon_2\mu_2}\sin^2\vartheta_1}$. Nech uhol dopadu ϑ_1 je reálny. Ak bude $\varepsilon_1\mu_1 > \varepsilon_2\mu_2$, od istej hodnoty $\vartheta_1 \geq \vartheta_K$ bude výraz pod odmocninou záporný. Označme $a^2 = \frac{\varepsilon_1\mu_1}{\varepsilon_2\mu_2}\sin^2\vartheta_1$, ak teda $a^2 > 1$, $\cos\vartheta_2 = \pm j\sqrt{a^2-1} = \pm jb$. Potom zjavne $|\rho_\perp| = \left|\frac{Z_2\cos\vartheta_1 - Z_1\cos\vartheta_2}{Z_2\cos\vartheta_1 + Z_1\cos\vartheta_2}\right| = \frac{\left(\cos\vartheta_1\sqrt{\mu_2\varepsilon_1} \mp jb\sqrt{\mu_1\varepsilon_2}\right)}{\left(\cos\vartheta_1\sqrt{\mu_2\varepsilon_1} \mp jb\sqrt{\mu_1\varepsilon_2}\right)} = 1$, ako absolutná hodnota podielu dvoch komplexne združených čísiel a fáza koeficienta odrazu je $\delta = \mp 2\mathrm{arctg}\frac{b\sqrt{\mu_1\varepsilon_2}}{\cos\vartheta_1\sqrt{\mu_2\varepsilon_1}}$.
Nie je ťažké zistiť aký charakter má vlnenie v druhom prostredí. Príslušný fázor, ktorý vlnu opisuje je daný výrazom: $\mathcal{E}_2(\vec{r}) = \mathcal{E}_{20}e^{-\gamma_2\vec{n}_2\cdot\vec{r}} = \mathcal{E}_{20}e^{-\gamma_2(z\cos\vartheta_2 + x\sin\vartheta_2)}$, keďže jednotkový vektor odklonený od osi z o ϑ_2 je: $\vec{n}_2 = \vec{u}_z\cos\vartheta_2 + \vec{u}_x\sin\vartheta_2$ a polohový vektor: $\vec{r} = z\vec{u}_z + x\vec{u}_x$. Teraz je ale uhol ϑ_2 komplexný - v diskutovanom prípade $\cos\vartheta_2 = \pm jb$ a $\sin\vartheta_2 = \pm\sqrt{1-\cos^2\vartheta_2} = \pm\sqrt{1-(jb)^2} = \pm\sqrt{1-(jb)^2} = \pm\sqrt{1+b^2} = \pm a$ Uvážme, že v ideálnom magnetodielektriku je $\gamma_2 = j\beta_2$ a v $\mathcal{E}_{20} = E_{20}e^{j\psi}$ zvolme $\psi = 0$. Matematicky možné riešenia potom sú

$$\mathcal{E}_2(\vec{r}) = E_2^{-j\beta_2(\mp jbz \mp ax)} = E_2 e^{\pm\beta_2 bz} e^{\pm j\beta_2 ax} = E_2 e^{\pm Az} e^{\pm jBx} \leftarrow \boxed{E_2 e^{\pm\alpha z} e^{\pm j\beta x}}$$

V poslednom výraze členy: $A \equiv \beta_2 b$ a $B \equiv \beta_2 a$ sú na miestach, kde v dobre známom ”jednoduchšom” prípade býva α a β , ako je to aj vyššie naznačené. Skutočnosť, že uhol ϑ_2 - určujúci smer šírenia sa vlny v druhom prostredí je komplexný, treba potom interpretovať takto. Tam, kde z = konšt. - je konštantná amplitúda vlny (výraz $E_2 e^{\pm Az}$); tam, kde x = konšt. - je konštantná fáza vlny (výraz $e^{\pm jBx}$). Vlnenie v druhom prostredí predstavuje tzv. *nehomogénnu vlnu*, v ktorej plochy konštantnej amplitúdy (roviny z = konšt.) a plochy konštantnej fázy (roviny x = konšt.) nie sú totožné, ale sú navzájom kolmé. V diskutovanom prípade sa vlnenie zjavne šíri v smere osi x - t.j. pozdĺž rozhrania a jeho amplitúda (v prostredí 2) - sa v smere osi z, t.j. v smere kolmom na smer šírenia postupne zmenšuje na nulu - fyzikálny zmysel v diskutovanom prípade dávajú teda záporné znamienka a tlmenie vlny v smere je dané hodnotou $A \equiv \beta_2 b = \beta_2|\cos\vartheta_2|$.