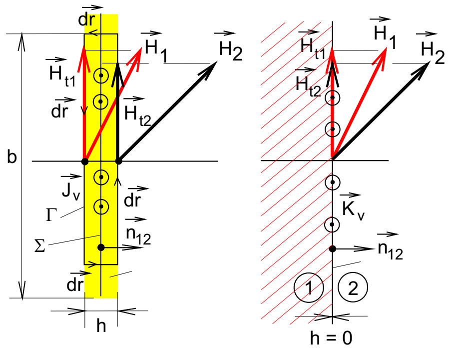
PLOŠNÁ ROTÁCIA - čiarová hustota povrchového prúdu K (K_v, K_M, K_T)

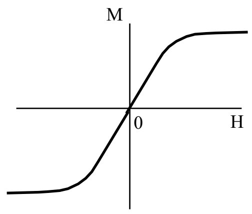


V objeme nekonečne rozľahlej vrstvy (dosky) s hrúbkou h tečie rovnobežne s jej povrchom vodivostný prúd ktorého plošná hustota je $\vec{\mathbf{J}}_v$. Počítame cirkuláciu vektora $\vec{\mathbf{H}}$ pozdĺž krivky Γ ohraničujúcej v priečnom reze dosky plochu Σ tvorenú obdĺžnikom so stranami *h* a *b,* podľa ľavej časti obrázku

$$\oint_\Gamma \vec{\mathbf{H}}.d\vec{\mathbf{r}} = (H_{t2}-H_{t1})b = \iint_\Sigma \vec{\mathbf{J}}_v \cdot d\vec{\mathbf{s}} = J_v hb \quad \Rightarrow \quad (H_{t2}-H_{t1}) = J_v h \,.$$

Plochou obdĺžnika preteká prúd: bhJ_v. Predstavme si, že k-násobne zmenšíme hrúbku vrstvy $h \to h/k$, ak pritom zachováme (danú) hodnotu prúdu, zvýši sa k-násobne jeho plošná hustota $J_v \to kJ_v$. V limite, pri $h \to 0$, vzrástla by plošná hustota prúdu tečúceho "po povrchu" (vrstvou nulovej hrúbky) cez všetky medze $J_v \to \infty$. Označme súčin, ktorý ostáva konštantný $(h/k)(kJ_v) = J_v h$, novým symbolom K_v. *__Čiarová hustota povrchového vodivostného prúdu__* $K_v \equiv J_v h$, ku ktorej sme takto dospeli je užitočný pojem ak máme riešiť úlohu v okolí (nekonečne tenkého) rozhrania dvoch prostredí 1 a 2, pravá časť obrázku. Podľa uvedeného je: $H_{t2}-H_{t1} = K_v$. Ľahko si overíte, že: $\vec{\mathbf{n}}_{12} \times (\vec{\mathbf{H}}_2 - \vec{\mathbf{H}}_1) \equiv H_{t2} - H_{t1}$. Ak aj operáciu na lavej strane poslednej rovnosti označíme novým symbolom $Rot\vec{\mathbf{H}} \equiv \vec{\mathbf{n}}_{12} \times (\vec{\mathbf{H}}_2 - \vec{\mathbf{H}}_1)$, môžeme písať: $\boxed{Rot\,\vec{\mathbf{H}} = \vec{\mathbf{K}}_v}$, analogický vzťah, viažuci sa k *__plošnej hustote "priestorového" vodivostného prúdu__* $\vec{\mathbf{J}}_v$, už poznáme ako jednu z Maxwellových rovníc $\boxed{rot\,\vec{\mathbf{H}} = \vec{\mathbf{J}}_v}$. Vyjadrime intenzitu magnetického poľa z výrazu $\vec{\mathbf{B}} = \mu_0(\vec{\mathbf{H}} + \vec{\mathbf{M}})$, teda: $\vec{\mathbf{H}} = \vec{\mathbf{B}}/\mu_0 - \vec{\mathbf{M}}$ a dosaďme do oboch vzťahov v rámikoch. Aplikovaním operátora "rot", resp. "Rot" dostávame: $rot\vec{\mathbf{H}} = (rot\vec{\mathbf{B}})/\mu_0 - rot\vec{\mathbf{M}} = \vec{\mathbf{J}}_v$, resp. $Rot\vec{\mathbf{H}} = (Rot\vec{\mathbf{B}})/\mu_0 - Rot\vec{\mathbf{M}} = \vec{\mathbf{K}}_v$. Zavedieme veličinu: $rot\,\vec{\mathbf{M}} \equiv \vec{\mathbf{J}}_M$ (s rozmerom A/m^2) ktorú nazveme: *__plošná hustota (priestorového) magnetizačného prúdu__* resp. $Rot\,\vec{\mathbf{M}} \equiv \vec{\mathbf{K}}_M$ (s rozmerom A/m), ktorú nazveme: *__čiarová hustota povrchového magnetizačného prúdu.__* Oba takto, formálne, zavedené prúdy sú teda __fiktívne__. V prvom prípade: $(rot\vec{\mathbf{B}})/\mu_0 = \vec{\mathbf{J}}_v + \vec{\mathbf{J}}_M \equiv \vec{\mathbf{J}}_T$, kde sme súčet plošnej hustoty priestorového vodivostného $\vec{\mathbf{J}}_v$ a priestorového magnetizačného $\vec{\mathbf{J}}_M$ prúdu označili ako plošnú hustotu celkového (totálneho) priestorového prúdu $\vec{\mathbf{J}}_T$. Je teda $rot\vec{\mathbf{B}} = \mu_0\vec{\mathbf{J}}_T$. Podobne v druhom prípade: $(Rot\vec{\mathbf{B}})/\mu_0 = \vec{\mathbf{K}}_v + \vec{\mathbf{K}}_M \equiv \vec{\mathbf{K}}_T$, súčet čiarových hustôt povrchového vodivostného $\vec{\mathbf{K}}_v$ a povrchového magnetizačného $\vec{\mathbf{K}}_M$ prúdu označíme ako čiarovú hustotu celkového (totálneho) povrchového prúdu $\vec{\mathbf{K}}_T$, pričom $Rot\vec{\mathbf{B}} = \mu_0\vec{\mathbf{K}}_T$. Predpokladajme že μ je konštanta, v takom (lineárnom) prostredí je magnetizácia priamoúmerná intenzite pôsobiaceho poľa $\vec{\mathbf{M}} = \chi_M\vec{\mathbf{H}}$. Na základe rovností: $\vec{\mathbf{B}} = \mu_0(\vec{\mathbf{H}} + \vec{\mathbf{M}}) = \mu_0(1+\chi_M)\vec{\mathbf{H}} = \mu_0\mu_r\vec{\mathbf{H}} = \mu\vec{\mathbf{H}}$, aplikovaním operátorov "rot" resp. "Rot" a po delení kon-štantou μ_0, dostaneme: $\vec{\mathbf{J}}_T = \vec{\mathbf{J}}_v + \vec{\mathbf{J}}_M = (1+\chi_M)\vec{\mathbf{J}}_V = \mu_r\vec{\mathbf{J}}_v$ resp. $\vec{\mathbf{K}}_T = \vec{\mathbf{K}}_v + \vec{\mathbf{K}}_M = (1+\chi_M)\vec{\mathbf{K}}_V = \mu_r\vec{\mathbf{K}}_v$. Po menšej úprave nachádzame: $\vec{\mathbf{J}}_M = \vec{\mathbf{J}}_v(\mu_r - 1)$, pričom $\vec{\mathbf{J}}_T \equiv \mu_r\vec{\mathbf{J}}_v$ a analogicky bude $\vec{\mathbf{K}}_M = \vec{\mathbf{K}}_v(\mu_r - 1)$, a $\vec{\mathbf{K}}_T = \mu_r\vec{\mathbf{K}}_v$. Je zrejmé že hodnotou $\vec{\mathbf{J}}_v$ resp. $\vec{\mathbf{K}}_v$ sú tu pri známom μ_r jednoznačne určené hodnoty $\vec{\mathbf{J}}_M$, $\vec{\mathbf{J}}_T$ resp. $\vec{\mathbf{K}}_M$, $\vec{\mathbf{K}}_T$. Celkom iná je situácia ak permitivita μ nie je konštanta. Napríklad, ak je magnetikum charakterizováné nelineárnou závislosťou magnetizácie $\vec{\mathbf{M}}$ na intenzite pôsobiaceho poľa $\vec{\mathbf{H}}$, ani plošná hustota priestorového $\vec{\mathbf{J}}_M$ ani čiarová hustota povrchového $\vec{\mathbf{K}}_M$ *__magnetizačného prúdu__* už nie sú priamo určené hodnotami plošnej hustoty priestorového $\vec{\mathbf{J}}_v$ resp. čiarovej hustoty povrchového $\vec{\mathbf{K}}_v$ *__vodivostného prúdu__*. Hustota $\vec{\mathbf{J}}_M$ alebo $\vec{\mathbf{K}}_M$ možeu byť napríklad nenulová aj keď $\left|\vec{\mathbf{J}}_v\right| = 0$ alebo $\left|\vec{\mathbf{K}}_v\right| = 0$.

Pri nelineárnej závislosti magnetizácie od intenzity pôsobiaceho poľa, napríklad podľa obrázku vpravo je: $\vec{\mathbf{B}} = \mu_0(\vec{\mathbf{H}} + \vec{\mathbf{M}}(H))$, $rot\vec{\mathbf{B}} = \mu_0(rot\vec{\mathbf{H}} + rot\vec{\mathbf{M}}(H))$ a výsledná prúdová hustota $\vec{\mathbf{J}}_T = \vec{\mathbf{J}}_v + \vec{\mathbf{J}}_M(H)$ je okrem rozloženia priestorového vodivostného prúdu (ktorý môže byť v magnetiku nulový) určovaná aj hodnotou __fiktívneho__ priestorového magnetizačného prúdu: $\vec{\mathbf{J}}_M(H) = rot\vec{\mathbf{M}}(H)$, teda závislosťou magnetizácie $\vec{\mathbf{M}}$ od __lokálnej__ hodnoty intenzity pôsobiaceho poľa H - ktoré nemusí byť v jeho objeme hommogénne!



Podobne, na základe $Rot\vec{\mathbf{B}} = \mu_0 Rot\vec{\mathbf{H}} + \mu_0 Rot\vec{\mathbf{M}}(H)$, $\vec{\mathbf{K}}_T = \vec{\mathbf{K}}_v + \vec{\mathbf{K}}_M(H)$, kde $\vec{\mathbf{K}}_M(H) = Rot\vec{\mathbf{M}}(H)$ závisí aj od toho, aký je rozdiel tangenciálnych zložiek magnetizácie na rozhraní okolitého prostredia a magnetického telesa - teda aj od jeho __tvaru__. Prúd s hustotou $\left|\vec{\mathbf{K}}_v\right| \neq 0$ na "povrchu" magnetika môže byť reprezentovaný napríklad tesným vonkajším vinutím, čo je častý prípad v technickej praxi.