Nekonečne dlhý vodivý valec vložený do pôvodne homogénneho pola E_0 orientovaného v smere osi [x], $\frac{\partial \varphi}{\partial \psi} = 0$. Výsledný potenciál bude daný súčtom potenciálu pôvodného (homogénneho) poľa $\varphi_0 = -E_0 x$, kde ($x = \rho \cos\psi$), a potenciálu φ_V od voľných nábojov rozložených na povrchu vodivého valca ako dôsledok elektrostatickej indukcie. Potenciály φ_0 , φ_V spĺňajú Laplaceovu rovnicu:

$$\Delta\varphi(\rho,\psi) = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\varphi}{\partial\rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\psi^2} = 0 \ .$$

Vo všeobecnom riešení (nižšie) ako v oblasti 1 ($\rho > \rho_0$), tak aj v oblasti 2 ($\rho < \rho_0$) treba zvoliť $b_0 = 0$, lebo v osi valca sa nenachádza líniový zdroj. Pri $\rho \to \infty$ musí potenciál φ_V vymiznúť, v objeme vodivého telesa (oblasť 2) bude výsledný potenciál konštantný – a môžeme ho považovať (zvoliť) za nulový. Vzhľadom na jeho spojitosť na rozhraní ($\rho = \rho_0$) bude nielen $a_0 = 0$, ale suma nebude obsahovať sínusové členy a redukuje sa na jediný člen (n =1) . Riešenie teda bude nasledovné. V okolí vodivého valca ($\rho > \rho_0$), oblasť 1:

$$\varphi_{V1}(\rho,\psi) = a_0 + b_0 \ln\rho + \sum_{n=1}^{\infty}(\frac{\rho_0}{\rho})^n \left[a_n \cos n\psi + b_n \sin n\psi\right] \ \Rightarrow \ \varphi_{V1} = \frac{\rho_0}{\rho} a_1 \cos\psi$$

$$\varphi_1(\rho,\psi) = \varphi_0(\rho,\psi) + \varphi_{G1}(\rho,\psi) \ \Rightarrow \ \varphi_1 = -E_0\rho\cos\psi + \frac{\rho_0}{\rho} a_1 \cos\psi \neq 0$$

v objeme vodivého valca ($\rho < \rho_0$), oblasť 2:

$$\varphi_{V2}(\rho,\psi) = a_0 + b_0 \ln\rho + \sum_{n=1}^{\infty}(\frac{\rho}{\rho_0})^n \left[a_n \cos n\psi + b_n \sin n\psi\right] \ \Rightarrow \ \varphi_{V2} = \frac{\rho}{\rho_0} a_1 \cos\psi$$

$$\varphi_2(\rho,\psi) = \varphi_0(\rho,\psi) + \varphi_{V2}(\rho,\psi) \ \Rightarrow \ \varphi_2 = -E_0\rho\cos\psi + \frac{\rho}{\rho_0} a_1 \cos\psi = 0$$

preto v okolí valca $\varphi_1 = -E_0\left(1 - (\frac{\rho_0}{\rho})^2\right)\rho\cos\psi$

Intenzitu poľa v oblasti 1 stanovíme ako $\vec{E}_1 = -\mathrm{grad}\varphi_1 = -\mathbf{\vec{u}}_\rho \frac{\partial\varphi_1}{\partial\rho} - \mathbf{\vec{u}}_\psi \frac{1}{\rho}\frac{\partial\varphi_1}{\partial\psi}$

$$E_{1\rho} = -\frac{\partial\varphi_1}{\partial\rho} = E_0\cos\psi\left[1 + (\frac{\rho_0}{\rho})^2\right] = E_{1\text{normálové}},$$

$$E_{1\psi} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial\varphi_1}{\partial\psi} = -E_0\sin\psi\left[1 - (\frac{\rho_0}{\rho})^2\right] = E_{1\text{tangenciálne}}$$

Vo valci je vzhľadom na nulovú hodnotu intenzity v každom bode $E_{2\text{normálové}} = 0$ a $E_{2\text{tangenciálne}} = 0$, takže na povrchu vodivého valca (pri $\rho = \rho_0$) zaznamenávame spojitosť: $E_{1\text{tangenciálne}} = E_{2\text{tangenciálne}}$, a na druhej strane nespojitosť $E_{1\text{normálové}} \neq E_{2\text{normálové}}$, ktorá reprezentuje plošnú hustotu rozloženia voľného elektrického náboja na povrchu (vyvolanú elektrostatickou indukciou) . Je totiž $\varepsilon_0 E_{1\text{normálové}} - \varepsilon_0 E_{2\text{normálové}} = D_{1\text{normálové}} - D_{2\text{normálové}} \equiv \sigma_v = 2\varepsilon_0 E_0 \cos\psi$. Maximálna hustota náboja je pri $\psi = 0$, kladný náboj a pri, $\psi = \pi$ záporný náboj, teda na osi [x].

V miestach $\psi = \pm\frac{\pi}{2}$, teda na osi [y] je hustota náboja nulová. Pripomíname že $x = \rho\cos\psi$.

Dielektrický valec v pôvodne homogénnom poli E_0 orientovanom do smeru osi [x]. Laplaceova rovnica, jej riešenie a sprievodná diskusia sú také isté ako v predošlom prípade. Tak isto ako predtým, aj tu sa suma vo všeobecnom riešení redukuje na jediný člen (n =1). Riešenie bude

$$\varphi_1 = \varphi_0 + \varphi_{V1} = -E_0 \rho \cos\psi + \frac{\rho_0}{\rho} a_1 \cos\psi \neq 0, \quad \text{pri} \;\; \rho > \rho_0$$

$$\varphi_2 = \varphi_0 + \varphi_{V2} = -E_0 \rho \cos\psi + \frac{\rho}{\rho_0} a_1 \cos\psi \neq 0, \;\; \text{pri} \; \rho < \rho_0$$

$$\vec{E} = -\text{grad}\;\varphi = -\mathbf{u}_\rho \frac{\partial\varphi}{\partial\rho} - \mathbf{u}_\psi \frac{1}{\rho}\frac{\partial\varphi}{\partial\psi}$$

$$E_{1\rho} = -\frac{\partial\varphi_1}{\partial\rho} = E_0 \cos\psi + \frac{\rho_0}{\rho^2} a_1 \cos\psi \quad \Rightarrow \quad D_{n1} = \varepsilon_1 E_{1\rho}\Big|_{\rho=\rho_0} = \varepsilon_1 \left(E_0 + \frac{a_1}{\rho_0} \right) \cos\psi$$

$$E_{1\psi} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial\varphi_1}{\partial\psi} = -E_0 \sin\vartheta + \frac{\rho_0}{\rho^2} a_1 \sin\psi \;\; \Rightarrow \;\; E_{t1} = E_{1\psi}\Big|_{\rho=\rho_0} \quad = \quad \left(-E_0 + \frac{a_1}{\rho_0} \right) \sin\psi$$

$$E_{2\rho} = -\frac{\partial\varphi_2}{\partial\rho} = E_0 \cos\vartheta - \frac{a_1}{\rho_0} \cos\vartheta \qquad \Rightarrow \;\; D_{n2} = \varepsilon_2 E_{2\rho}\Big|_{\rho=\rho_0} = \varepsilon_2 \left(E_0 - \frac{a_1}{\rho_0} \right) \cos\psi$$

$$E_{2\psi} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial\varphi_2}{\partial\psi} = -E_0 \sin\psi + \frac{a_1}{\rho_0} \sin\psi \quad \Rightarrow \;\; E_{t2} = E_{2\psi}\Big|_{\rho=\rho_0} \quad = \quad \left(-E_0 + \frac{a_1}{\rho_0} \right) \sin\psi$$

$$\left.\begin{aligned} &D_{n1} \equiv D_{n2} \;\Rightarrow\;\; \varepsilon_1 \left(E_0 + \frac{a_1}{\rho_0} \right) = \varepsilon_2 \left(E_0 - \frac{a_1}{\rho_0} \right) \\ &E_{t1} \equiv E_{t2} \;\;\; \Rightarrow \;\;\; -E_0 + \frac{a_1}{\rho_0} = -E_0 + \frac{a_1}{\rho_0} \end{aligned}\right\} \;\Rightarrow\; a_1 = \rho_0 E_0 \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}$$

$$\varphi_1(\rho,\psi) = -E_0 \rho \cos\psi \left[1 - (\frac{\rho_0}{\rho})^3 \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \right], \quad \text{pri} \; \rho > \rho_0$$

$$\varphi_2(\rho,\psi) = -E_0 \rho \cos\psi \left[\frac{2\varepsilon_1}{\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1} \right] = -E_0 z \left[\frac{2\varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \right], \;\; \text{pri} \; \rho < \rho_0$$

Ľahko sa overí že: $\varphi_1(\rho_0,\psi) \equiv \varphi_2(\rho_0,\psi)$. Vo vnútri valca bude pole homogénne $\vec{E}_2 = -grad\varphi_2 =$ $= -\frac{\partial\varphi_2}{\partial x}\vec{u}_z = \frac{2E_0\varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}\vec{u}_z$. Ak je v okolie dielektrického valca vákuum ($\varepsilon_1 = \varepsilon_0$) a položíme

$E_2 = E_0 + E_{depolarizačné}$, bude tzv. depolarizačné pole $E_d = -\frac{\varepsilon_{r2} - 1}{\varepsilon_{r2} + 1} E_0$ (pripomeňme, že

$\varepsilon_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r2}$). V dielektriku: $D_2 = \varepsilon_0 E_2 + P_2 = \varepsilon_2 E_2$, takže $P_2 = (\varepsilon_{r2} - 1)\varepsilon_0 E_2$. Polarizácia valca bude $P_2 = 2\frac{\varepsilon_{r2} - 1}{\varepsilon_{r2} + 1}\varepsilon_0 E_0$ a po úprave: $E_d = -\frac{1}{2}\frac{P_2}{\varepsilon_0}$. Absolútna hodnota depolarizačného pola (má opačný smer ako pôvodné pole) je teda priamoúmerná polarizácii: $|E_d| = N\frac{P_2}{\varepsilon_0}$, konštanta N, (tu 1/2) sa volá depolarizačný faktor (nekonečne dlhého valca polarizovaného kolmo na jeho os). Depolarizačný faktor gule je 1/3, depolarizačný faktor nekonečne rozľahlej dosky s konečnou hrúbkou, polarizovanej kolmo k jej povrchu je 1 (prečo?).