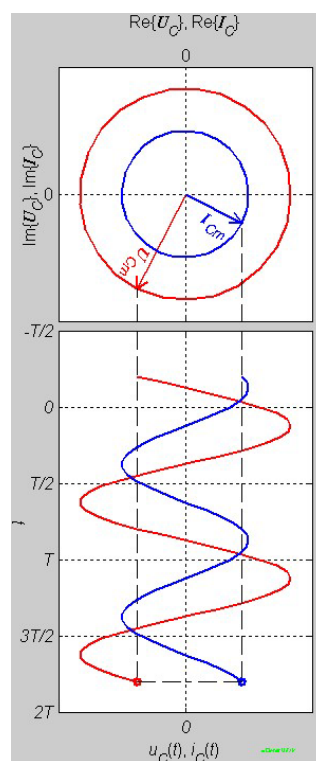
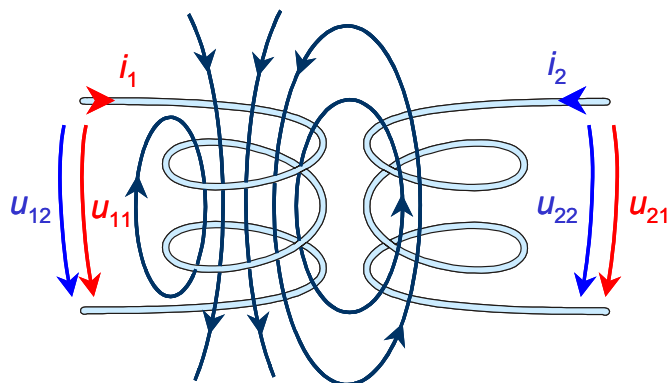
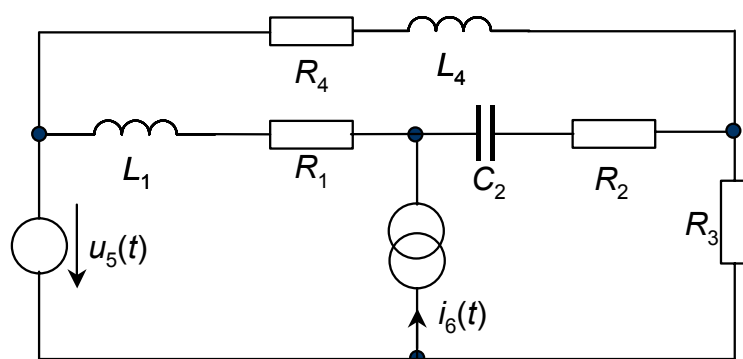


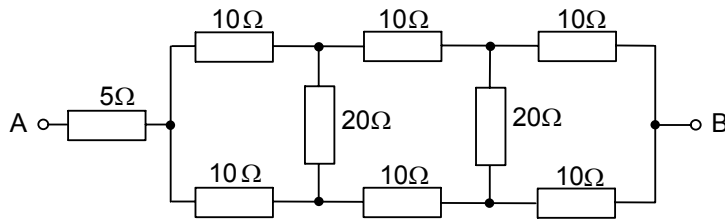
# Elektrotechnika

## Zbierka neriešených príkladov



# 1 Lineárne obvody v stacionárnom stave

## Príklad 1

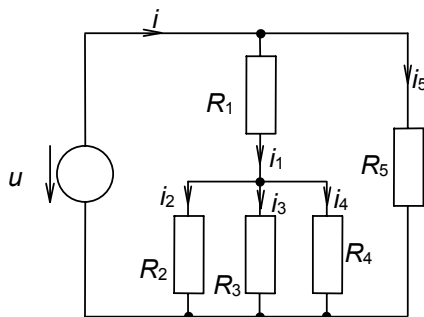


Nájdite celkový odpor  $R_{AB}$  medzi uzlami A a B).

Ak nebudete vedieť pohnúť so zlučováním rezistorov, pozrite si poznámku na strane 2.

Riešenie:  
 $R_{AB} = 20\Omega$

## Príklad 2



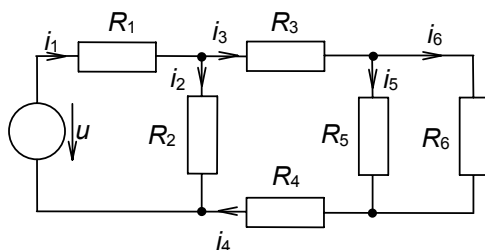
$R_1 = 10\Omega$ ,  $R_2 = 10\Omega$ ,  $R_3 = 20\Omega$ ,  $R_4 = 30\Omega$ ,  $R_5 = 20\Omega$ ,  $u = 24V$

- Nájdite celkový odpor  $R$  a vodivosť  $G$  pasívnej časti siete (vzhľadom na vývody zdroja).
- Vypočítajte všetky prúdy v obvode.

Riešenie:

- $R = 8,71795\Omega$ ,  $G = 0,114706S$
- $i = 2,75294A$ ,  $i_1 = 1,55294A$ ,  $i_2 = 0,874058A$ ,  $i_3 = 0,42353A$ ,  
 $i_4 = 0,282353A$ ,  $i_5 = 1,2A$

## Príklad 3



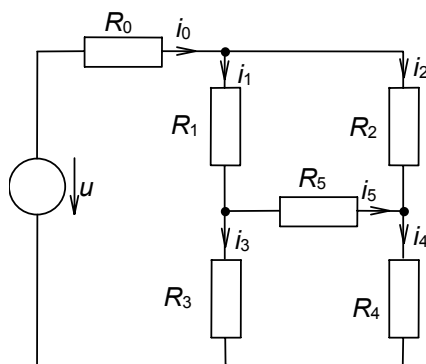
$u = 24V$ ,  $R_1 = 10\Omega$ ,  $R_2 = 22\Omega$ ,  $R_3 = 47\Omega$ ,  $R_4 = 33\Omega$ ,  
 $R_5 = 27\Omega$ ,  $R_6 = 18\Omega$

- Vypočítajte prúdy  $i_1$  až  $i_6$ .
- Pomocou 1. Kirchhoffovho zákona dokážte (všeobecne), že  $i_3 = i_4$ .

Riešenie:

- $i_1 = 0,8661A$ ,  $i_2 = 0,6972A$ ,  $i_3 = 0,1689A$ ,  $i_4 = 0,1689A$ ,  
 $i_5 = 0,0676A$ ,  $i_6 = 0,1014A$

## Príklad 4



$R_0 = 10\Omega$ ,  $R_1 = 20\Omega$ ,  $R_2 = 10\Omega$ ,  $R_3 = 10\Omega$ ,  $R_4 = 20\Omega$ ,  $R_5 = 5\Omega$ ,  
 $u = 24V$

- Vypočítajte celkový odpor  $R$  a vodivosť  $G$  pasívnej časti obvodu (vzhľadom na vývody zdroja  $u$ ).
- Vypočítajte všetky prúdy v obvode.
- Správnosť riešenia overte výkonovou bilanciou.

Riešenie:

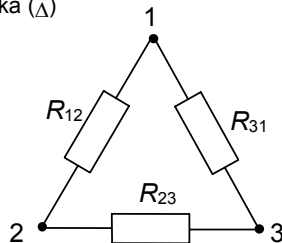
- $R = 23,75\Omega$ ,  $G = 0,042105S$
- $i_0 = 1,010526A$ ,  $i_1 = 0,378947A$ ,  $i_2 = 0,63158A$ ,  $i_3 = 0,631579A$ ,  
 $i_4 = 0,378947A$ ,  $i_5 = -0,25263A$

Poznámka:

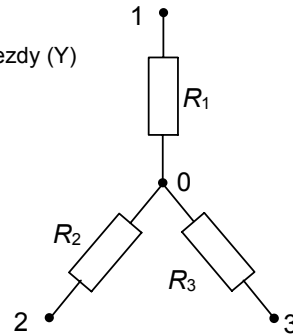
Ak potrebujeme zjednodušiť rezistívnu sieť a nevieme sa pohnúť dopredu, pretože sa nám v nej nedarí nájsť žiadne skupiny rezistorov zapojených do série alebo paralelne, s veľkou pravdepodobnosťou v takejto sieti nájdeme trojicu rezistorov zapojenú do hviezdy (Y), alebo do trojuholníka ( $\Delta$ ). V tomto prípade pomôže transfigurácia niektorého z takýchto trojpólov na ekvivalentný trojpól opačného typu ( $\Delta \rightarrow Y$ , resp.  $Y \rightarrow \Delta$ ).

Ako pomôcku si na tomto mieste uveďme transfiguračné vzťahy:

Zapojenie do trojuholníka ( $\Delta$ )



Zapojenie do hviezdy (Y)

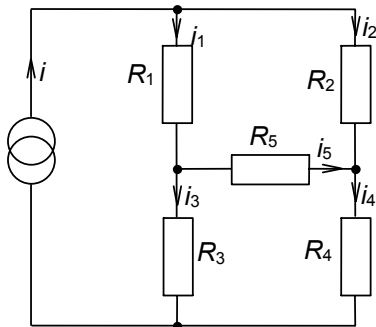


a) Prevod trojuholníka na ekvivalentnú hviezdu ( $\Delta \rightarrow Y$ )

$$R_1 = \frac{R_{31} \cdot R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \quad R_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \quad R_3 = \frac{R_{23} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

b) Prevod hviezdy na ekvivalentný trojuholník ( $Y \rightarrow \Delta$ )

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}; \quad R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}; \quad R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 \cdot R_1}{R_2}$$

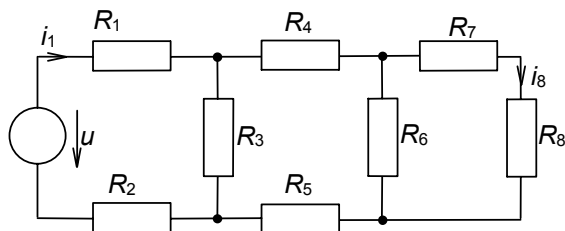
**Príklad 5**

$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 20\Omega, R_4 = 40\Omega, R_5 = 10\Omega, i = 1A$$

- Vypočítajte celkový odpor  $R$  a vodivosť  $G$  pasívnej časti obvodu (vzhľadom na vývody zdroja).
- Vypočítajte všetky prúdy v sieti.
- Vypočítajte napätie  $u$  na zdroji prúdu  $i$ .
- Správnosť riešenia overte výkonovou bilanciou.

Riešenie:

- $R = 20\Omega, G = 0.05S$
- $i_1 = i_3 = 0,66667A, i_2 = i_4 = 0,33333A, i_5 = 0A$
- $u = 20V$ .

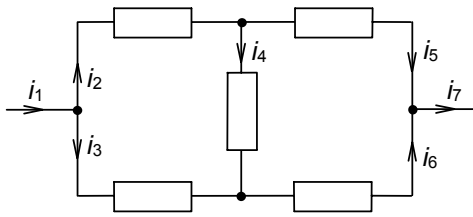
**Príklad 6**

$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 5\Omega, R_3 = 20\Omega, R_4 = 10\Omega, R_5 = 10\Omega, R_6 = 40\Omega, R_7 = 10\Omega, R_8 = 25\Omega, u = 24V$$

- Vypočítajte celkový odpor  $R$  a vodivosť  $G$  pasívnej časti siete (vzhľadom na vývody zdroja).
- Vypočítajte prúdy  $i_1$  a  $i_8$ .

Riešenie

- $R = 28,1818\Omega, G = 0,03548S$ .
- $i_1 = 0,851613A, i_8 = 0,15484A$

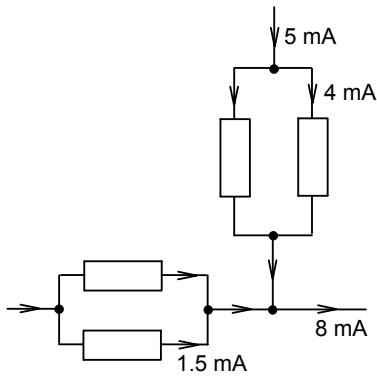
**Příklad 7**

$$i_1 = 6\mu\text{A}, i_2 = 2\mu\text{A}, i_5 = 0,5\mu\text{A}$$

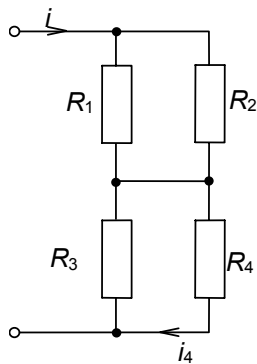
Pomocou 1. Kirchhoffovho zákona nájdite všetky ostatné prúdy.

*Riešenie:*

$$i_3 = 4\mu\text{A}, i_4 = 1,5\mu\text{A}, i_6 = 5,5\mu\text{A}, i_7 = 6\mu\text{A}$$

**Příklad 8**

Pomocou 1. Kirchhoffovho zákona nájdite všetky neznáme prúdy.

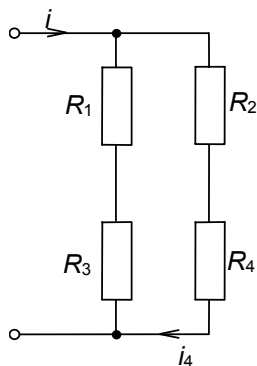
**Příklad 9**

$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 30\Omega, R_3 = 30\Omega$$

Nájdite odpor rezistora  $R_4$  tak, aby  $i_4 = 0,25 \cdot i$

*Riešenie:*

$$R_4 = 90\Omega$$

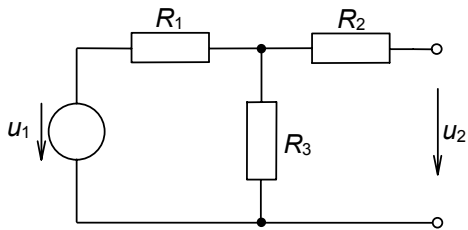
**Příklad 10**

$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 40\Omega$$

Nájdite odpor rezistora  $R_4$  tak, aby  $i_4 = 0,2 \cdot i$

*Riešenie:*

$$R_4 = 180\Omega$$

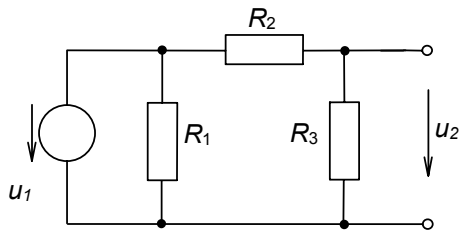
**Príklad 11**

$$R_1 = 30\Omega, R_2 = 10\Omega, R_3 = 10\Omega, u_1 = 24V$$

- Vypočítajte  $u_2$ .
- Zmení sa napätie  $u_2$ , ak rezistor  $R_2$  nahradíme skratom? Dokážte svoju odpoveď!

Riešenie:

- $u_2 = 6V$
- Nezmení.

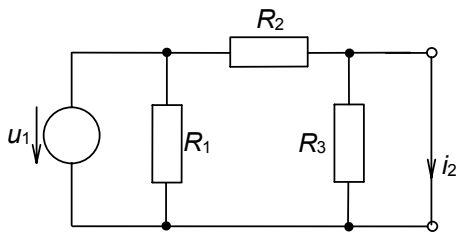
**Príklad 12**

$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 30\Omega, R_3 = 20\Omega, u_1 = 50V$$

- Vypočítajte  $u_2$ .
- Zmení sa napätie  $u_2$ , ak zo siete odstránime rezistor  $R_1$ ? Dokážte svoju odpoveď!

Riešenie:

- $u_2 = 20V$
- Nezmení.

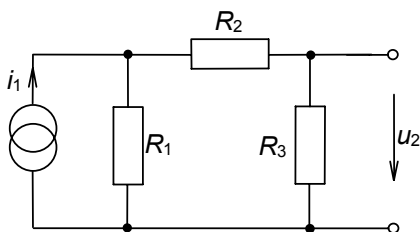
**Príklad 13**

$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 30\Omega, R_3 = 20\Omega, u_1 = 50V$$

- Vypočítajte  $i_2$ .
- Zmení sa prúd  $i_2$ , ak zo siete odstránime rezistor  $R_3$ ? Dokážte svoje tvrdenie!

Riešenie:

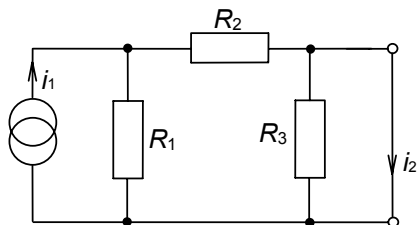
- $i_2 = 1.6667A$
- Nezmení.

**Príklad 14**

$$R_1 = 40\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 20\Omega, i_1 = 1A$$

Vypočítajte  $u_2$ .

Riešenie:  
 $u_2 = 10V$

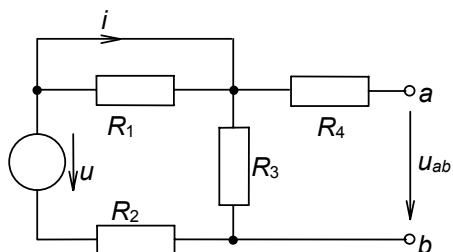
**Príklad 15**

$$R_1 = 40\Omega, R_2 = 10\Omega, R_3 = 10\Omega, i_1 = 1A$$

Vypočítajte  $i_2$ .

Riešenie:  
 $i_2 = 0,8A$

## Príklad 16

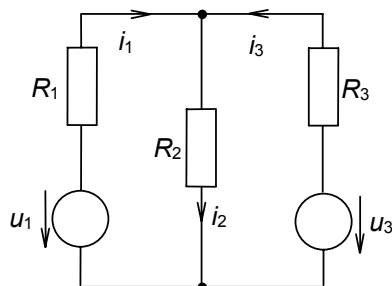


$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 25\Omega, R_3 = 15\Omega, R_4 = 10\Omega, u = 20V.$$

Vypočítajte prúd  $i$  a napätie  $u_{ab}$

Riešenie:  
 $u_{ab} = 7,5V$

## Príklad 17

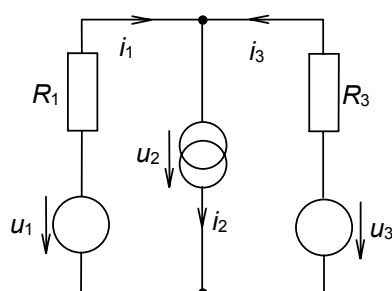


$$R_1 = 50\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 12\Omega, u_1 = 20V, u_3 = 24V$$

Priamou aplikáciou Kirchoffových zákonov za pomoci Ohmovho zákona vypočítajte prúdy  $i_1$ ,  $i_2$  a  $i_3$ .

Riešenie:  
 $i_1 = 0,08696A, i_2 = 0,78261A, i_3 = 0,69565A$

## Príklad 18

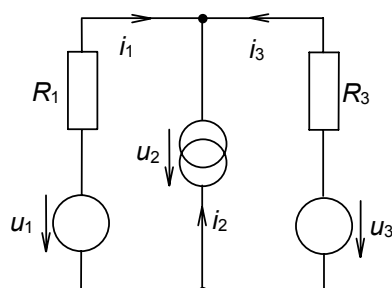


$$u_1 = 10V, R_1 = 10\Omega, u_3 = -20V, R_3 = 20\Omega, i_2 = 1A$$

- Priamou aplikáciou Kirchoffových zákonov s pomocou Ohmovo zákona vypočítajte  $i_1$ ,  $u_2$ ,  $i_3$ .
- Presvedčte sa, že súčet výkonov všetkých dvojpólov v obvode je nulový.

Riešenie:  
a)  $i_1 = 1,667A, u_2 = -6,667V, i_3 = -0,667A$

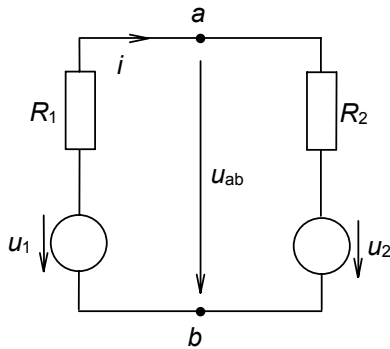
## Príklad 19



$$u_1 = 10V, R_1 = 20\Omega, u_3 = -25V, R_3 = 25\Omega, i_2 = 0,5A$$

- Priamou aplikáciou Kirchoffových zákonov s pomocou Ohmovo zákona vypočítajte  $i_1$ ,  $u_2$ ,  $i_3$ .
- Vypočítajte výkony všetkých dvojpólov a pre každý z nich rozhodnite, či sa v obvode správa ako zdroj, alebo spotrebič energie.

Riešenie:  
a)  $i_1 = 0,5A, u_2 = 0V, i_3 = -1A$   
b)  $R_1, R_3$  – spotrebiče  
 $u_1, u_3$  – zdroje  
 $i_2$  – v tomto obvode ani zdroj, ani spotrebič (nulový výkon)

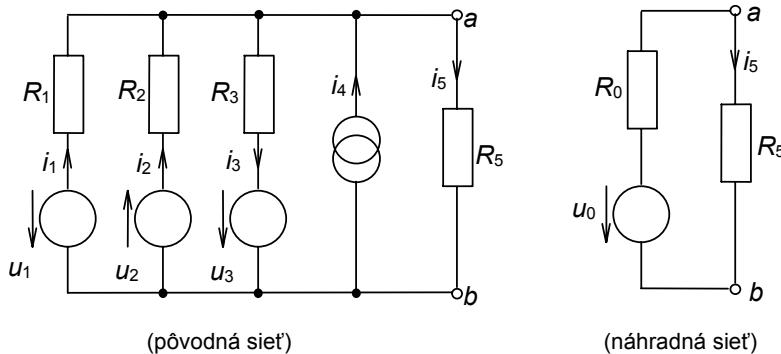
**Príklad 20**

$$u_1 = 20V, u_2 = 25V, R_1 = 5\Omega, R_2 = 15\Omega.$$

- Vypočítajte prúd  $i$  a napätie  $u_{ab}$
- Vypočítajte výkony všetkých dvojpólov a pre každý z nich rozhodnite, či sa v obvode správa ako zdroj, alebo spotrebič energie. Presvedčte sa, že súčet výkonov všetkých dvojpólov v obvode je nulový.

Riešenie:

- $i = -0,25A, u_{ab} = 21,25V$
- $R_1, R_2, u_1$  – spotrebiče,  $u_2$  - zdroj

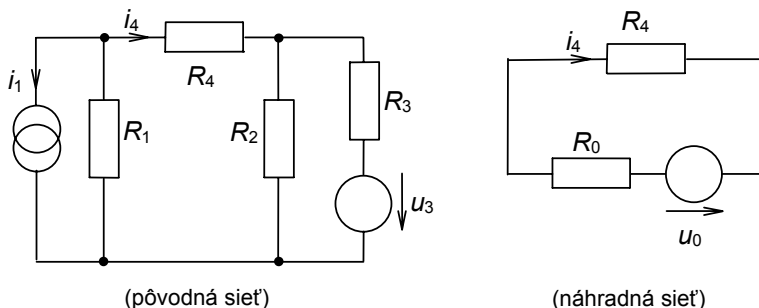
**Príklad 21**

$$u_1 = 30V, R_1 = 30\Omega, u_2 = 12V, R_2 = 30\Omega, u_3 = 16V, R_3 = 40\Omega, i_4 = 0,16A, R_5 = 10\Omega.$$

- Postupnými úpravami (konverzia napätového zdroja na prúdový, pravidlá pre paralelné a sériové radenie dvojpólov) upravte pôvodnú sieť na náhradnú.
- V náhradnej sieti vypočítajte prúd  $i_5$ .
- Vráťte sa do pôvodnej siete a aplikáciou Kirchhoffových zákonov za pomoci Ohmovho zákona nájdite prúdy  $i_1, i_2$  a  $i_3$ .

Riešenie:

- $u_0 = 12,65455V, R_0 = 10,9091\Omega.$
- $i_5 = 0,605217A$
- $i_1 = 0,798261A, i_2 = -0,601739A, i_3 = -0,248696A$

**Príklad 22**

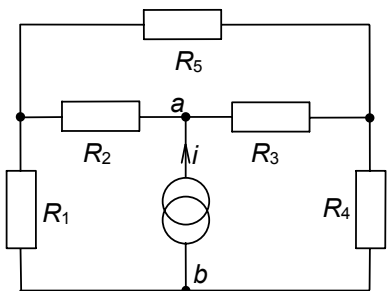
$$i_1 = -1A, R_1 = 10\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 20\Omega, u_3 = 20V, R_4 = 10\Omega$$

- Postupnými úpravami pretvorte pôvodnú sieť na ekvivalentnú náhradnú sieť, ktorá je reprezentovaná jednou slučkou obsahujúcou rezistor  $R_4$ .
- V náhradnej sieti vypočítajte prúd  $i_4$ .

Riešenie:

- $R_0 = 20\Omega, u_0 = 0V$
- $i_4 = 0A$

## Príklad 23



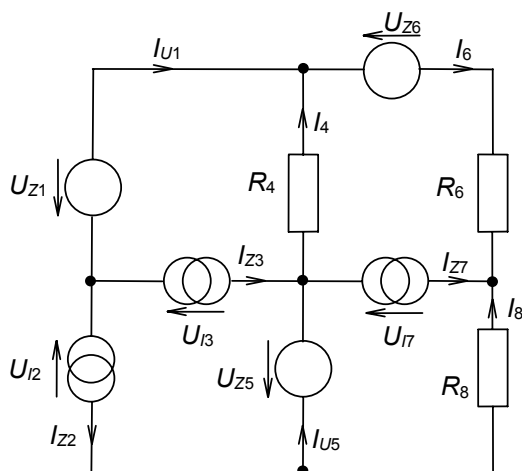
$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 25\Omega, R_4 = 16\Omega, R_5 = 16\Omega, i = 1A$$

- a) Vypočítajte celkový odpor  $R$  pasívnej časti siete (vzhľadom na uzly  $a$  a  $b$ ).
- b) Vypočítajte celkový výkon  $P$  dodaný zdrojom prúdu.

Riešenie:

- a)  $R = 17.294\Omega$ .
- b)  $P = 17.294W$ .

## Príklad 24



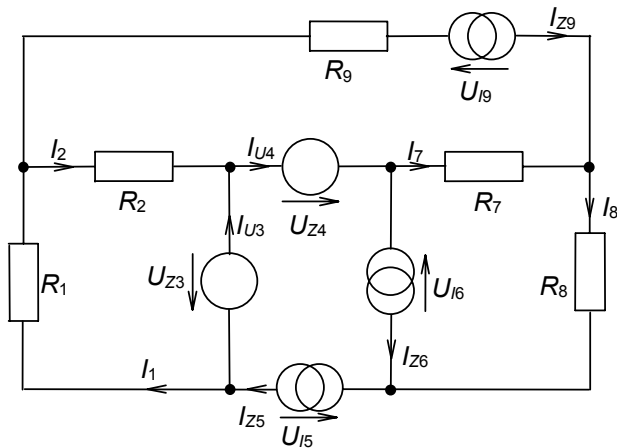
$$U_{Z1} = 10V, I_{Z2} = 1A, I_{Z3} = 0,64A, R_4 = 25\Omega, U_{Z5} = -8V, \\ U_{Z6} = 18V, R_6 = 12\Omega, I_{Z7} = -0,5A, R_8 = 25\Omega.$$

Vhodnou metódou vypočítajte prúdy všetkými rezistormi a ideálnymi napäťovými zdrojmi a napätia na ideálnych prúdových zdrojoch.

Riešenie:

$$I_{U1} = -1,64A, U_{I2} = 51,54V, U_{I2} = 43,54V, I_4 = 1,3416A, \\ I_{U5} = 0,2016A, I_6 = -0,2984A, U_{I7} = 11,959V, I_8 = 0,7984A$$

## Príklad 25



$$R_1 = 25\Omega, R_2 = 20\Omega, U_{Z3} = 10V, U_{Z4} = 12V, \\ I_{Z5} = 1A, I_{Z6} = 1,5A, R_7 = 20\Omega, R_8 = 16\Omega, \\ I_{Z9} = -0,4A, R_9 = 20\Omega.$$

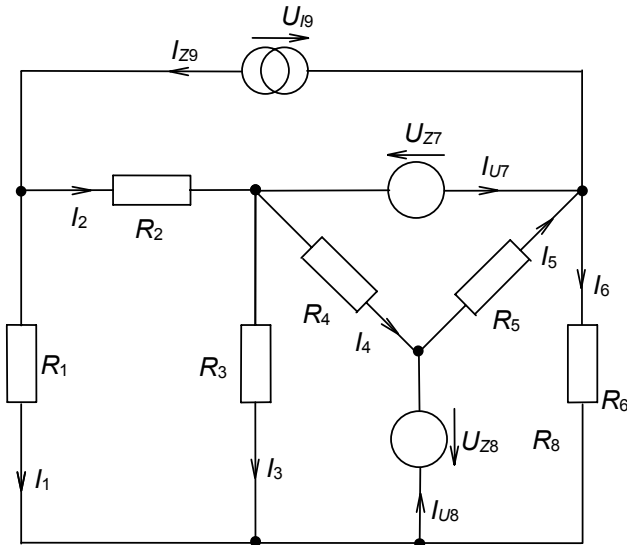
- a) Vypočítajte prúdy rezistormi, napätia na prúdových zdrojoch a prúdy napäťovými zdrojmi.
- b) Ktoré veličiny v obvode sa zmenia, ak premostíme rezistor  $R_9$  skratom?

Riešenie:

- a)  $I_1 = -0,4A, I_2 = 0A, I_{U3} = 1,4A, I_{U4} = 1,4A, U_{I5} = -8V, \\ U_{I6} = 10V, I_7 = -0,1A, I_8 = -0,5A, U_{I9} = -18V$
- b) V celom obvode sa zmení len napätie  $U_{I9}$  (uvážte, ako sa zmení VA charakteristika dvoj pólu tvoreného prvkami  $R_9 - I_{Z9}$  po vyradení rezistora  $R_9$ ).



## Príklad 26



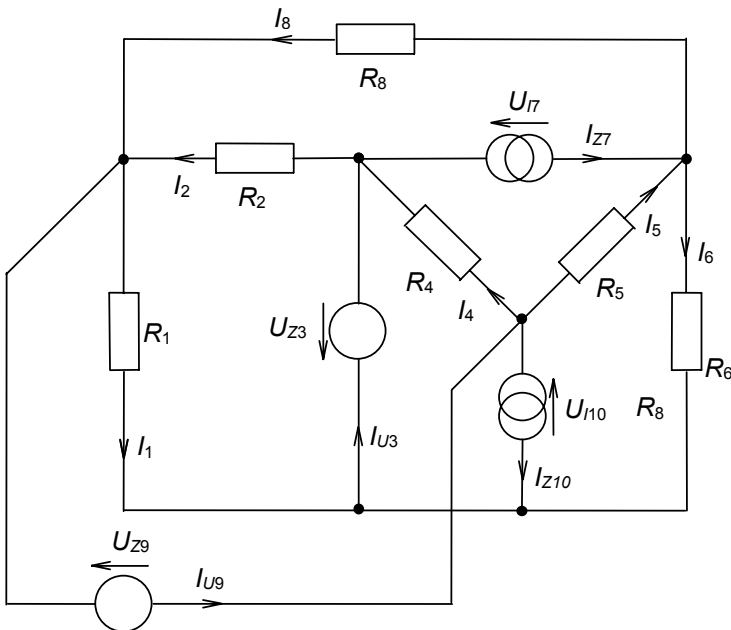
$$R_1 = 0,2\Omega, R_2 = 0,5\Omega, R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 1\Omega, \\ U_{Z7} = 2V, U_{Z8} = 1V, I_{Z9} = 3A$$

Vypočítajte prúdy rezistormi a napätovými zdrojmi a napätia na prúdových zdrojoch.

Riešenie:

$$I_1 = 1,0525A, I_2 = 1,9474A, I_3 = -0,7632A, \\ I_4 = -1,7632A, I_5 = -0,2368A, I_6 = 1,2368A, \\ I_{U7} = 4,4738A, I_{U8} = 1,5264A, U_{I9} = -1,0263V.$$

## Príklad 27



$$R_1 = 2\Omega, R_2 = 3\Omega, U_{Z3} = 10V, \\ R_4 = 0,2\Omega, R_5 = 0,5\Omega, R_6 = 1\Omega, I_{Z7} = 2A, \\ R_8 = 5\Omega, U_{Z9} = 15V, I_{Z10} = 1,5A$$

Vypočítajte prúdy rezistormi.

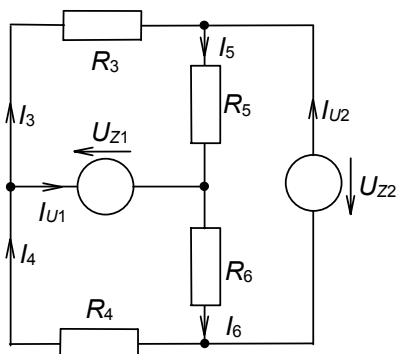
Riešenie:

$$I_1 = -2,39A, I_2 = 4,93A, I_4 = 1,1A, I_5 = 7,01A, \\ I_6 = 6,71A, I_8 = 2,29A$$

Poznámka:

Všimnite si, že pri riešení či už metódou vetvových napätí alebo tetivových prúdov v tomto prípade potrebujeme iba rovnice 1KZ pre nezávislé rezy príslušné vetvám s neznámym napätím a rovnice 2KZ pre nezávislé slučky príslušné tetivám s neznámymi prúdmi. Zvyšné rovnice by sme využili, ak by nás zaujímali napätia na prúdových zdrojoch a prúdy napätovými zdrojmi.

## Príklad 28



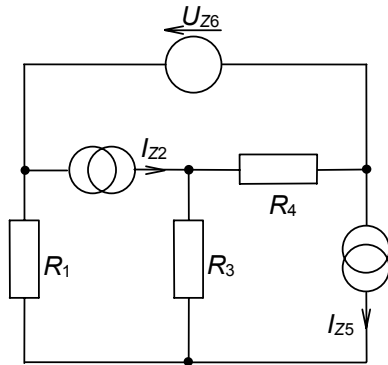
$$R_3 = 22\Omega, R_4 = 18\Omega, R_5 = 27\Omega, R_6 = 15\Omega, U_{Z1} = 40V, \\ U_{Z2} = 20V.$$

Vypočítajte  $I_{U1}$ ,  $I_{U2}$ ,  $I_3$ ,  $I_4$ ,  $I_5$ ,  $I_6$ .

Riešenie

$$I_{U1} = 2,142A, I_{U2} = 1,175A, I_3 = -1,464A, I_4 = 0,678A, \\ I_5 = -0,2887A, I_6 = 1,853A$$

## Príklad 29



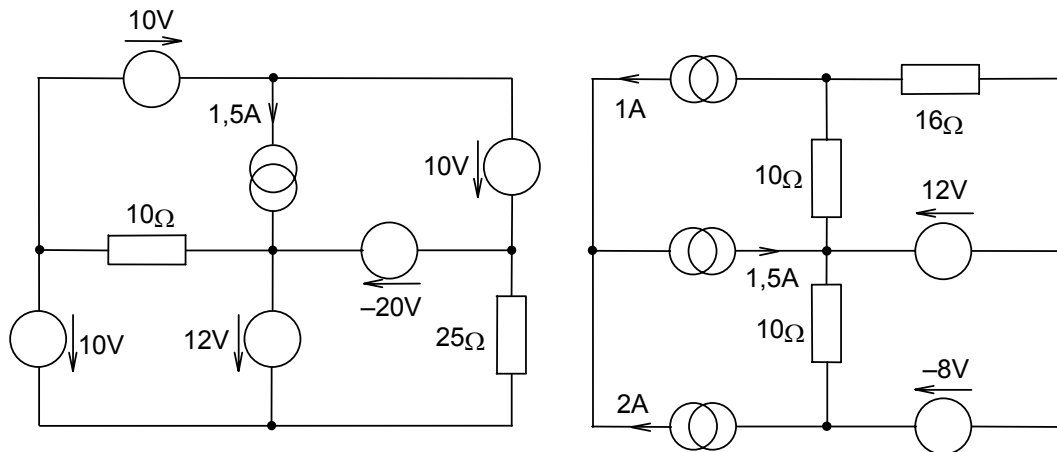
$$R_1 = 20\Omega, I_{z2} = 1,5\text{A}, R_3 = 10\Omega, R_4 = 25\Omega, I_{z5} = 2,5\text{A}, U_{z6} = 20\text{V}.$$

Rozhodnite, ktorý zdroj v obvode dodáva a ktorý zdroj odoberá výkon.

Riešenie

Všetky zdroje do obvodu výkon dodávajú.

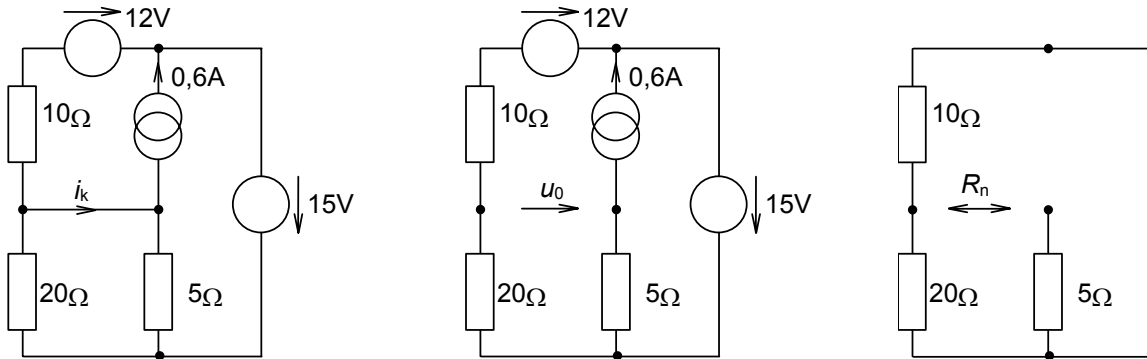
## Príklad 30



- Dokážte, že obvody na obrázku nemajú riešenie.
- Pridaním ďalšieho rezistora paralelne alebo sériovo s jedným z prvkov siete upravte obvody tak, aby sa v nich dal nájsť pravý strom. Hodnotu tohoto rezistora si zvolte a obvody vhodnou metódou vyriešte.

## 2 Princíp náhradného aktívneho dvojpólu

### Príklad 31

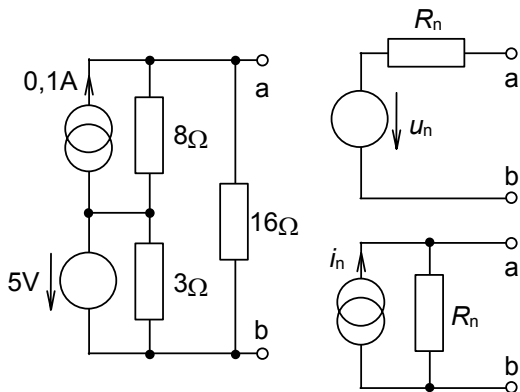


- Vypočítajte prúd nakrátko  $i_k$ .
- Vypočítajte napätie naprázdno  $u_0$ .
- Vypočítajte odpor  $R_n$ .
- Aká je súvislosť medzi  $i_k$ ,  $u_0$  a  $R_n$ ?

Riešenie:

- $i_k = 1,8A$
- $u_0 = 21V$
- $R_n = 35/3\Omega = 11,67\Omega$

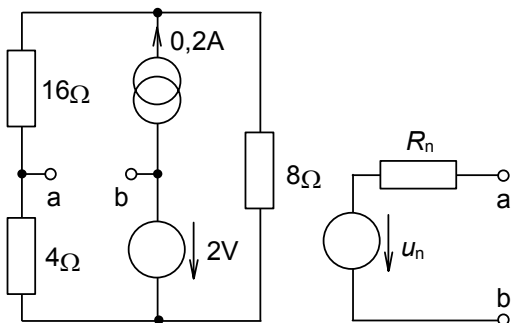
### Príklad 32



Použitím Thèveninovej a Nortonovej teórey nájdite parametre náhradného aktívneho dvojpólu.

Riešenie:  
 $u_n = 3,867V$   
 $i_n = 0,725A$   
 $R_n = 5,33\Omega$

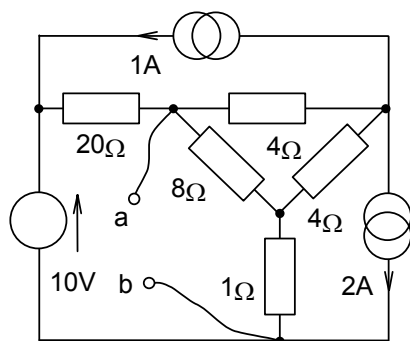
### Príklad 33



Nájdite parametre náhradného aktívneho dvojpólu.

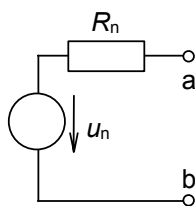
Riešenie:  
 $u_n = -1,7714V$   
 $R_n = 3,4286\Omega$

## Příklad 34

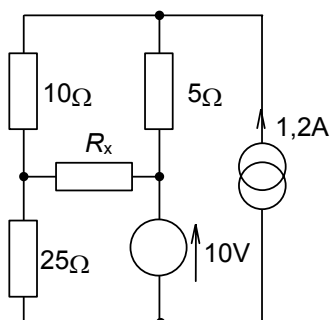


Nájdite parametre náhradného aktívneho dvoj pólu.

Riešenie:  
 $u_n = -9,2V$   
 $R_n = 4\Omega$



## Příklad 35



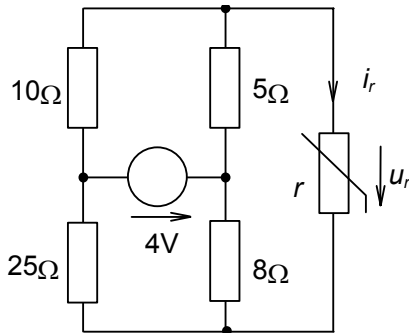
- Aký musí byť rezistor  $R_x$ , aby bol na ňom spotrebovaný maximálny výkon?
- Aký musí byť rezistor  $R_x$ , aby bol na ňom spotrebovaný výkon 1W?

Riešenie:

- $R_x = 9,375\Omega$
- $R_x = 34,8435\Omega$  alebo aj  $R_x = 2,6565\Omega$

### 3 Obvody s jedným nelineárnym prvkom v stacionárnom stave

#### Príklad 36

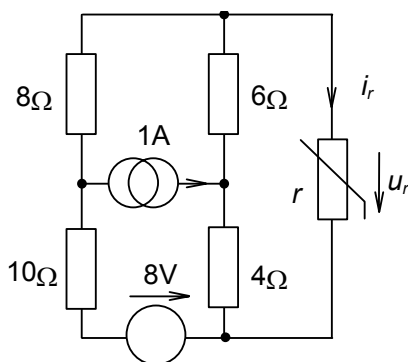


- a) Aké sú parametre náhradného aktívneho dvojpólu, ktorým je potrebné nahradiť lineárnu časť elektrického obvodu?  
 b) Aký je pracovný bod  $(u_r, i_r)$  nelineárneho prvku  $r$ , ktorého VA charakteristika je daná výrazom  $u_r = 0,25 \cdot i_r^2$ ?

Riešenie:

- a)  $R_n = 9,3939\Omega$ ,  $u_n = 0,3636V$   
 b)  $u_r = 3,7362 \times 10^{-4}V$ ,  $i_r = 3,8670 \times 10^{-2}A$

#### Príklad 37

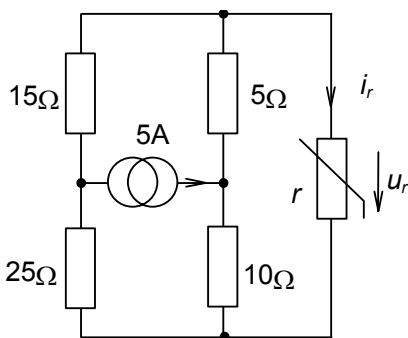


- a) Aké sú parametre náhradného aktívneho dvojpólu, ktorým je potrebné nahradiť lineárnu časť elektrického obvodu?  
 b) Aký je pracovný bod  $(u_r, i_r)$  nelineárneho prvku  $r$ , ktorého VA charakteristika je daná výrazom  $u_r = 0,4 \cdot i_r^2 + 0,1 \cdot i_r$ ?  
 c) Vypočítajte statický a diferenciálny odpor nelineárneho prvku v pracovnom bode.

Riešenie:

- a)  $R_n = 6,4286\Omega$ ,  $u_n = 1,8571V$   
 b)  $u_r = 5,9254 \times 10^{-2}V$ ,  $i_r = 0,2797A$   
 c)  $R_s = 0,2119\Omega$ ,  $r_d = 0,3237\Omega$

#### Príklad 38



- a) Aké sú parametre náhradného aktívneho dvojpólu, ktorým je potrebné nahradiť lineárnu časť elektrického obvodu?  
 b) Aký je pracovný bod  $(u_r, i_r)$  nelineárneho prvku - polovodičovej diódy zapojenej v priepustnom smere, ktorej VA charakteristika je daná

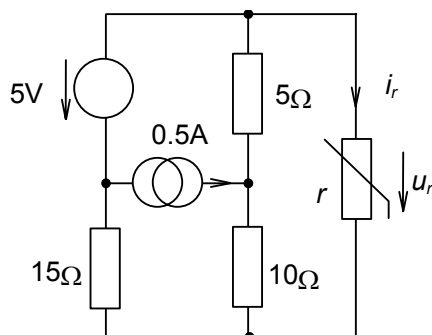
$$\text{výrazom } i_r = I_s \cdot \left( \exp\left(\frac{e \cdot u_r}{k \cdot T}\right) - 1 \right), \text{ kde saturačný prúd } I_s = 1 \times 10^{-14} \text{ A,}$$

elementárny náboj  $e = 1,6022 \times 10^{-19} \text{ C}$ , Boltzmannova konštanta  $k = 1,3806 \times 10^{-23} \text{ J/K}$  a absolútna teplota  $T = 293,15 \text{ K}$

Riešenie:

- a)  $R_n = 10,9090\Omega$ ,  $u_n = 2,2727V$   
 b)  $u_r = 0,7644V$ ,  $i_r = 0,1383A$

#### Príklad 39



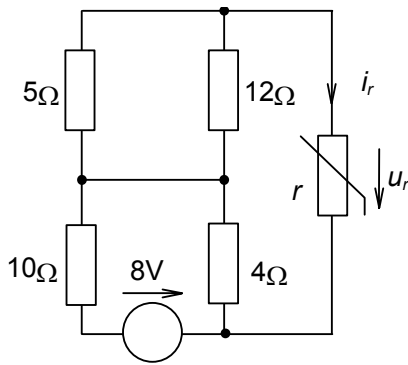
- a) Aké sú parametre náhradného aktívneho dvojpólu, ktorým je potrebné nahradiť lineárnu časť elektrického obvodu?  
 b) Aký je pracovný bod  $(u_r, i_r)$  nelineárneho prvku, ktorého VA charakteristika je daná výrazom  $u_r = 1,2 \cdot \arctg(10 \cdot i_r)$ ?

Poznámka: Uvažujte argument  $x$  funkcie  $\arctg(x)$  v radiánoch!

Riešenie:

- a)  $R_n = 7,5\Omega$ ,  $u_n = 1,25V$   
 b)  $u_r = 0,7288V$ ,  $i_r = 6,9495 \times 10^{-2}A$

## Príklad 40

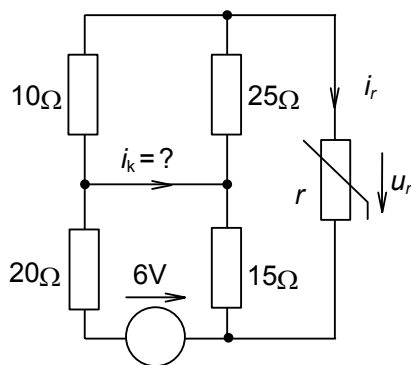


- a) Aké sú parametre náhradného aktívneho dvojpólu, ktorým je potrebné nahradiť lineárnu časť elektrického obvodu?  
 b) Aký je pracovný bod  $(u_r, i_r)$  nelineárneho prvku, ktorého VA charakteristika je daná výrazom  $u_r = 2,5 \cdot \sqrt{i_r}$  ?

Riešenie:

- a)  $R_n = 6,3866\Omega$ ,  $u_n = 2,2857V$   
 b)  $u_r = 1,0843V$ ,  $i_r = 0,1881A$

## Príklad 41



- a) Aké sú parametre náhradného aktívneho dvojpólu, ktorým je potrebné nahradiť lineárnu časť elektrického obvodu?  
 b) Aký je pracovný bod  $(u_r, i_r)$  nelineárneho prvku, ktorého VA charakteristika je daná výrazom  $u_r = 2 \cdot \left[ \ln \left( \frac{i_r + 0,01}{0,01} \right) \right]$  ?  
 c) Aký prúd  $i_k$  tečie skratovacím vodičom?

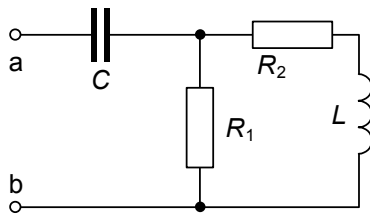
Poznámka: Pri riešení úlohy c) využite princíp kompenzácie, na základe ktorého je možné nahradiť ľubovoľný (teda aj nelineárny) prvok iným prvkom (napr. lineárnym) s tým istým pracovným bodom. Potom možno prúd  $i_k$  určiť riešením novovzniknutého lineárneho obvodu.

Riešenie:

- a)  $R_n = 15,7143\Omega$ ,  $u_n = 2,5714V$   
 b)  $u_r = 2,2456V$ ,  $i_r = 2,0734 \times 10^{-2}A$   
 c)  $i_k = 0,1655A$

## 4 Lineárne obvody v ustálenom harmonickom stave

### Príklad 42



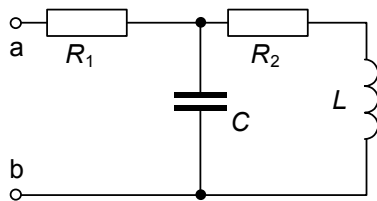
$$R_1 = 20\Omega, R_2 = 80\Omega, C = 50\mu\text{F}, L = 0,1\text{H}$$

$$\omega = 1000\text{s}^{-1}$$

Vypočítajte impedanciu dvojpólu medzi svorkami a–b.

*Riešenie:*  
 $Z = 18 - j18 \Omega$

### Príklad 43



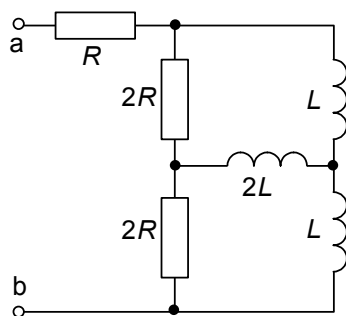
$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 5\Omega, C = 10\mu\text{F}, L = 2\text{mH}$$

$$f = 200\text{Hz}$$

- Vypočítajte impedanciu dvojpólu medzi svorkami a–b a určte jej charakter.
- Vypočítajte, pri akej frekvencii sa zmení charakter impedancie.

*Riešenie:*  
 a)  $Z = 15,31 + j2,25 \Omega$ , induktívny charakter  
 b)  $f = 1052,7\text{Hz}$

### Príklad 44



Nájdite impedanciu dvojpólu medzi svorkami a–b

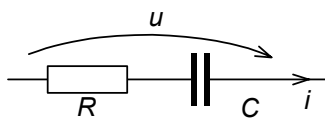
- všeobecne;
- číselne, ak  $R = 25\Omega, L = 500\text{mH}, \omega = 100\text{s}^{-1}$ .

*Riešenie:*  
 a)  $Z = R + 4Rj\omega L / (2R + j\omega L)$   
 b)  $Z = 75 + j50 \Omega$

### Príklad 45

$$R = 30\Omega, C = 250\mu\text{F}$$

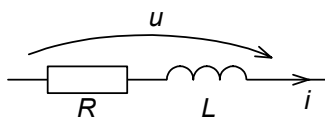
$$u = 10 \cdot \cos 100t \text{ [V]}$$



Určte časový priebeh  $i$  a jeho efektívnu hodnotu  $I_{\text{ef}}$ .

*Riešenie:*  
 $i = 0,2 \cdot \cos(100t + 53,13^\circ) \text{ [A]}$   
 $I_{\text{ef}} = 0,2/\sqrt{2} = 0,141 \text{ A}$

### Príklad 46

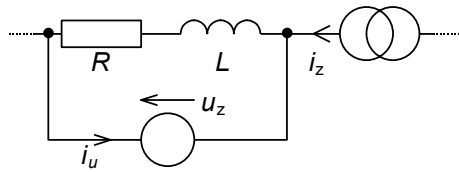


$$u = 10 \cdot \cos 100t \text{ [V]}$$

$$i = 0,1 \cdot \cos(100t - 30^\circ) \text{ [A]}$$

Vypočítajte hodnotu  $R$  a  $L$ .

*Riešenie:*  
 $R = 86,6\Omega$   
 $L = 0,5\text{H}$

**Príklad 47**

V časti obvodu na obrázku platí:

$$u_z = 50 \cdot \cos 500t \text{ [V]}$$

$$i_z = 0.1 \cdot \sin(500t + 45^\circ) \text{ [A]}$$

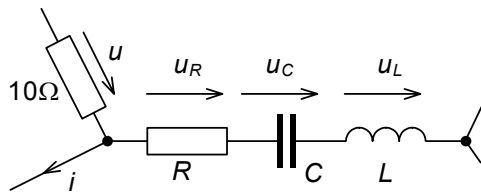
$$R = 50 \Omega, L = 25 \text{ mH}$$

Vypočítajte prúd cez napätový zdroj  $i_u$  a jeho efektívnu hodnotu.

*Riešenie:*

$$i_u = 0,886 \cdot \cos(500t - 10,71^\circ) \text{ [A]}$$

$$I_{\text{ef}} = 0,626 \text{ A}$$

**Príklad 48**

V časti obvodu na obrázku platí:

$$u = 25 \cdot \cos(5000t + 45^\circ) \text{ [V]}$$

$$i = 1,5 \cdot \cos 5000t \text{ [A]}$$

$$R = 20 \Omega, C = 10 \mu\text{F}, L = 0,12 \text{ mH.}$$

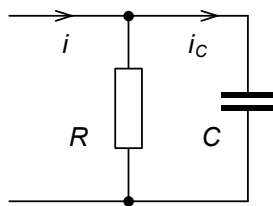
Vypočítajte  $u_R, u_C, u_L$ .

*Riešenie:*

$$u_R = 35,76 \cdot \cos(5000t + 81,39^\circ) \text{ [V]}$$

$$u_C = 35,76 \cdot \cos(5000t - 8,61^\circ) \text{ [V]}$$

$$u_L = 1,073 \cdot \cos(5000t + 171,9^\circ) \text{ [V]}$$

**Príklad 49**

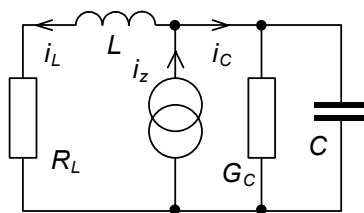
Efektívna hodnota harmonického prúdu  $i$  je  $I_{\text{ef}} = 1 \text{ A}$ . Efektívna hodnota prúdu  $i_C$  je  $I_{\text{Cef}} = 0,707 \text{ A}$ .

$$R = 10 \Omega, C = 250 \mu\text{F.}$$

Vypočítajte frekvenciu  $f$ .

*Riešenie:*

$$f = 200/\pi = 63,66 \text{ Hz}$$

**Príklad 50**

$R_L = 5 \Omega, L = 10 \text{ mH}, G_C = 10^{-3} \text{ S}, C = 330 \mu\text{F}$ .  
harmonický zdroj,  $f = 60 \text{ Hz}$

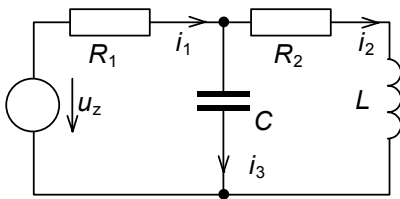
- Vypočítajte fázový posuv  $\Delta\varphi$  medzi prúdmi  $i_L$  a  $i_C$  a určte, ktorý z nich nadobúda skôr maximálnu hodnotu.
- Vypočítajte časový rozdiel  $\Delta t$  medzi maximami prúdov  $i_L$  a  $i_C$ .

*Riešenie:*

$$\text{a) } \Delta\varphi = 126,56^\circ, i_C$$

$$\text{b) } \Delta t = 5,86 \text{ ms}$$



**Príklad 51**

$$R_1 = 15\Omega, R_2 = 20\Omega, C = 50\mu\text{F}, L = 25\text{mH}$$

$$u_z = 150 \cdot \cos \omega t \text{ [V]}$$

$$f = 100\text{Hz}$$

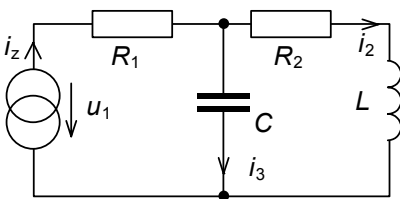
Vypočítajte prúdy  $i_1, i_2, i_3$ .

*Riešenie:*

$$i_1 = 3,243 \cdot \cos(628t + 8,8^\circ) \text{ [A]}$$

$$i_2 = 4,019 \cdot \cos(628t - 42,32^\circ) \text{ [A]}$$

$$i_3 = 3,211 \cdot \cos(628t + 85,82^\circ) \text{ [A]}$$

**Príklad 52**

$$R_1 = 15\Omega, R_2 = 20\Omega, C = 50\mu\text{F}, L = 25\text{mH}$$

$$i_z = 0,2 \cdot \cos \omega t \text{ [A]}$$

$$f = 100\text{Hz}$$

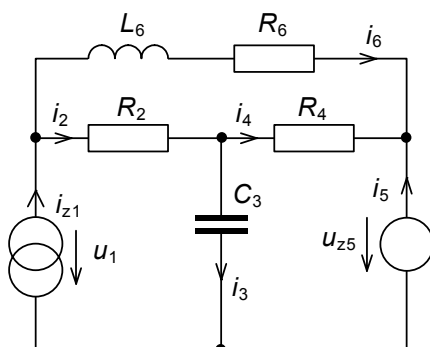
Vypočítajte  $u_1, i_2, i_3$

*Riešenie:*

$$u_1 = 9,25 \cdot \cos(628t - 8,8^\circ) \text{ [V]}$$

$$i_2 = 0,248 \cdot \cos(628t - 51,13^\circ) \text{ [A]}$$

$$i_3 = 0,198 \cdot \cos(628t + 77,02^\circ) \text{ [A]}$$

**Príklad 53**

$$i_{z1} = 0,5 \cdot \cos 100t \text{ [A]}$$

$$u_{z5} = 10 \cdot \sin 100t \text{ [V]}$$

$$R_2 = 20\Omega, C_3 = 500\mu\text{F}, R_4 = 20\Omega, R_6 = 10\Omega, L_6 = 0,5\text{H}$$

Ľubovoľnou metódou vypočítajte  $u_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6$ .

*Riešenie:*

$$u_1 = 9,01 \cdot \cos(100t - 33,69^\circ) \text{ [V]}$$

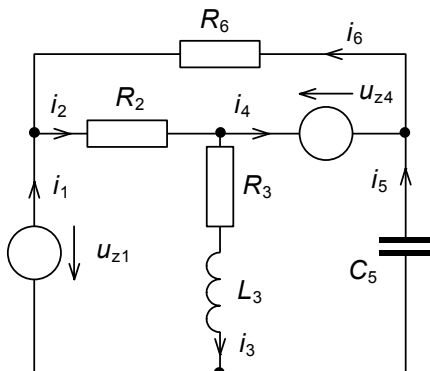
$$i_2 = 0,395 \cdot \cos(100t + 18,44^\circ) \text{ [A]}$$

$$i_3 = 0,375 \cdot \cos(100t) \text{ [A]}$$

$$i_4 = 0,125 \cdot \cos(100t + 90^\circ) \text{ [A]}$$

$$i_5 = 0,125 \cdot \cos(100t - 180^\circ) \text{ [A]}$$

$$i_6 = 0,177 \cdot \cos(100t - 45^\circ) \text{ [A]}$$

**Príklad 54**

$$u_{z1} = 48 \cdot \cos 100t \text{ [V]}$$

$$u_{z4} = 12 \cdot \sin 100t \text{ [V]}$$

$$R_2 = 20\Omega, R_3 = 10\Omega, L_3 = 0,05\text{H}, C_5 = 1000\mu\text{F}, R_6 = 40\Omega$$

- a) Najvýhodnejšou metódou vypočítajte  $i_1$  a  $i_4$ .  
b) Vypočítajte činný, jalový a zdanlivý výkon na zdrojoch.

*Riešenie:*

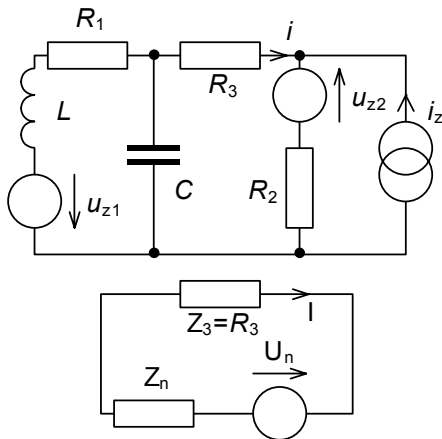
$$\text{a) } i_1 = 2,603 \cdot \cos(100t + 12,53^\circ) \text{ [A]}$$

$$i_4 = 1,243 \cdot \cos(100t + 55,41^\circ) \text{ [A]}$$

$$\text{b) } u_{z1}: P = -60,99\text{W}, Q = 13,55\text{VAr}, S = 62,47\text{VA}$$

$$u_{z4}: P = 6,14\text{W}, Q = 4,24\text{VAr}, S = 7,46\text{VA}$$

## Príklad 55



$$u_{z1} = 50 \cdot \cos \omega t \text{ [V]}$$

$$u_{z2} = 20 \cdot \sin \omega t \text{ [V]}$$

$$i_z = 0,8 \cdot \cos(\omega t - 60^\circ) \text{ [A]}$$

$$f = 60 \text{ Hz}$$

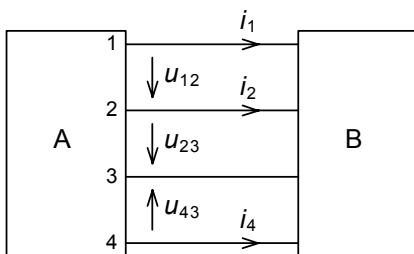
$$R_1 = 2 \Omega, L = 1 \text{ H}, C = 2000 \mu\text{F}, R_2 = 1 \Omega, R_3 = 16 \Omega$$

- Nájdite parametre náhradného aktívneho dvojpólu  $Z_n$  a  $U_n$ .
- Vypočítajte prúd  $i$  cez odpor  $R_3$ .

Riešenie:

- $Z_n = 1 - j1,33 \text{ } [\Omega]$ ,  $U_n = 13,66 \angle -91,7^\circ \text{ [V]}$
- $i = 1,133 \cdot \cos(377t - 87,23^\circ) \text{ [A]}$

## Príklad 56



$$i_1 = 0,5 \cdot \cos \omega t \text{ [A]}$$

$$i_2 = 0,1 \cdot \sin \omega t \text{ [A]}$$

$$i_4 = 0,4 \cdot \cos(\omega t - 30^\circ) \text{ [A]}$$

$$u_{12} = 120 \cdot \cos \omega t \text{ [V]}$$

$$u_{23} = 60 \cdot \cos(\omega t + 60^\circ) \text{ [V]}$$

$$u_{43} = 40 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ) \text{ [V]}$$

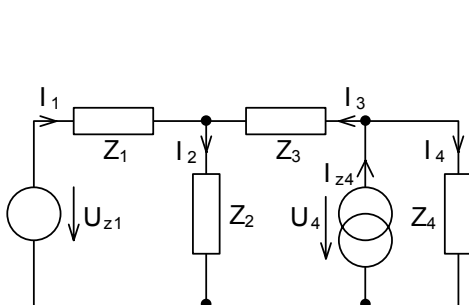
Vypočítajte činný a jalový výkon, ktorý je prenášaný z časti obvodu A do časti obvodu B.

Riešenie:

$$P = 42,90 \text{ W}$$

$$Q = 14,49 \text{ VAR}$$

## Príklad 57



$$U_{z1} = 20 \angle 90^\circ \text{ [V]}$$

$$I_{z4} = 1 \text{ [A]}$$

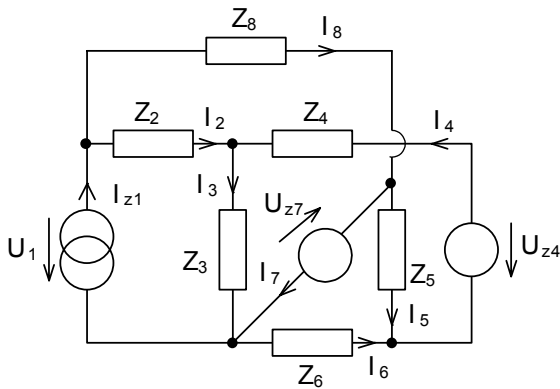
$$Z_1 = 10 \text{ } [\Omega], Z_2 = j10 \text{ } [\Omega], Z_3 = 10 + j10 \text{ } [\Omega], Z_4 = -j5 \text{ } [\Omega].$$

- Vypočítajte fázory prúdov  $I_1$  až  $I_4$  a napätia  $U_4$ .
- Vypočítajte komplexný výkon na každom dvojpóle.

Riešenie:

- $I_1 = 1,581 \angle 71,56^\circ \text{ [A]}$ ,  $I_2 = 0,707 \angle 45^\circ \text{ [A]}$ ,  
 $I_3 = 1 \angle -90^\circ \text{ [A]}$ ,  $I_4 = 1,414 \angle 45^\circ \text{ [A]}$ ,  
 $U_4 = 7,07 \angle -45^\circ \text{ [V]}$
- $U_{z1}: S = -30 - j10 \text{ [VA]}$ ,  $Z_1: S = 25 \text{ [VA]}$ ,  $Z_2: S = j5 \text{ [VA]}$ ,  
 $Z_3: S = 10 + j10 \text{ [VA]}$ ,  $Z_4: S = -j10 \text{ [VA]}$ ,  
 $I_{z4}: S = -5 + j5 \text{ [VA]}$

## Príklad 58



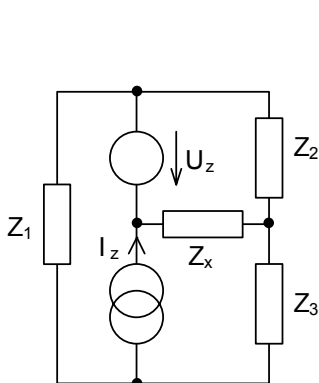
$$\begin{aligned} I_{z1} &= 0,5 \text{ [A]} \\ U_{z4} &= 20 \angle 30^\circ \text{ [V]} \\ U_{z7} &= 50 \angle -60^\circ \text{ [V]} \\ Z_2 &= 20 \text{ [\Omega]}, Z_3 = j40 \text{ [\Omega]}, Z_4 = -j80 \text{ [\Omega]}, \\ Z_5 &= 10 + j10 \text{ [\Omega]}, Z_6 = 20 - j40 \text{ [\Omega]}, Z_8 = 50 \text{ [\Omega]} \end{aligned}$$

Vypočítajte fázory všetkých neznámych veličín.

Riešenie:

$$\begin{aligned} U_1 &= 45,06 \angle 152,65^\circ \text{ [V]}, I_2 = 0,919 \angle 29,46^\circ \text{ [A]}, \\ I_3 &= 1,431 \angle 78,25^\circ \text{ [A]}, I_4 = 1,077 \angle 118,22^\circ \text{ [A]}, \\ I_5 &= 1,949 \angle 133,08^\circ \text{ [A]}, I_6 = 0,949 \angle -30^\circ \text{ [A]}, \\ I_7 &= 2,14 \angle -61,21^\circ \text{ [A]}, I_8 = 0,543 \angle -123,61^\circ \text{ [A]} \end{aligned}$$

## Príklad 59



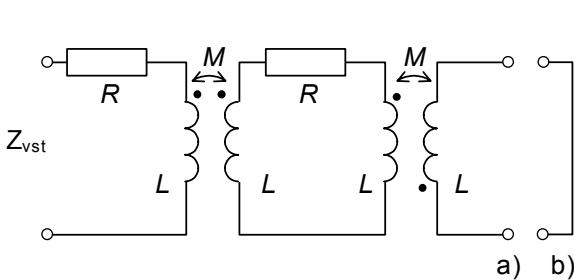
$$\begin{aligned} U_z &= 10 \angle 60^\circ \text{ [V]} \\ I_z &= 2,5 \angle 30^\circ \text{ [A]} \\ Z_1 &= 10 \text{ [\Omega]}, Z_2 = j5 \text{ [\Omega]}, Z_3 = 10 + j10 \text{ [\Omega]}. \end{aligned}$$

- Aká musí byť impedancia  $Z_x$ , aby na nej bol maximálny činný výkon  $P_{\max}$ ?
- Vypočítajte činný a jalový výkon na  $Z_x$ .

Riešenie:

- $Z_x = 0,8 - j4,4 \text{ [\Omega]}$
- $P = P_{\max} = 10,325 \text{ W}$   
 $Q = -56,785 \text{ VAR}$

## Príklad 60



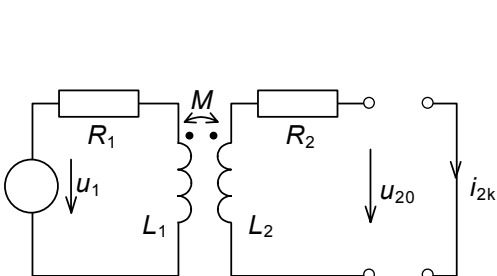
$$R = 100 \Omega, L = 1 \text{ H}, M = L, \omega = 100 \text{ s}^{-1}$$

Vypočítajte vstupnú impedanciu  $Z_{vst}$ , ak  
a) je výstup naprázdno,  
b) je výstup nakrátko.

Riešenie:

- $Z_{vst} = 120 + j60 \text{ [\Omega]}$
- $Z_{vst} = 150 + j50 \text{ [\Omega]}$

## Príklad 61



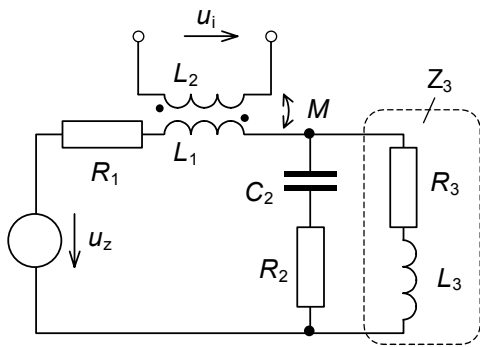
$$\begin{aligned} R_1 &= 15 \Omega, R_2 = 20 \Omega, L_1 = L_2 = 25 \text{ mH} \\ \text{koeficient väzby} &= 0,8 \\ u_1 &= 50 \cdot \cos 500t \text{ [V]} \end{aligned}$$

Vypočítajte napätie naprázdno  $u_{20}$  a prúd nakrátko  $i_{2k}$  na sekundárnej strane.  
(Skúste porozmýšľať, čo sa stane pri zmene referenčnej značky pri jednej z cievok a čo sa stane, keď zmeníme značky pri oboch cievkach súčasne.)

Riešenie:

$$\begin{aligned} u_{20} &= 25,607 \cdot \cos(500t + 50,19^\circ) \text{ [V]} \\ i_{2k} &= 0,998 \cdot \cos(500t + 29,12^\circ) \text{ [A]} \end{aligned}$$

## Príklad 62



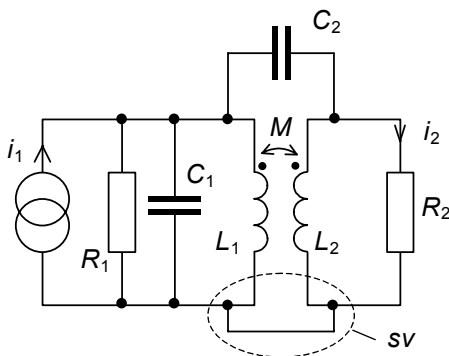
$R_1 = 50\Omega$ ,  $R_2 = 100\Omega$ ,  $R_3 = 25\Omega$   
 $L_1 = 15\text{mH}$ ,  $L_2 = 20\text{mH}$ ,  $L_3 = 80\text{mH}$   
 koeficient väzby = 0,8  
 $C_2 = 10\mu\text{F}$   
 $u_z = U_m \cdot \sin \omega t$  [V],  $U_{\text{ef}} = 220\text{V}$ ,  $f = 318,31\text{Hz}$

- Vypočítajte indukované napätie  $u_i$  ( $L_2$  v stave naprázdno).
- Vypočítajte výkony na impedancii  $Z_3$  ( $R_3$ – $L_3$ ).

Riešenie:

- $u_i = 52,184 \cdot \cos(2000t + 160,62^\circ)$  [V]
- $P_3 = 19,98\text{W}$ ,  $Q_3 = 127,89\text{Var}$ ,  $S_3 = 129,44\text{VA}$

## Príklad 63



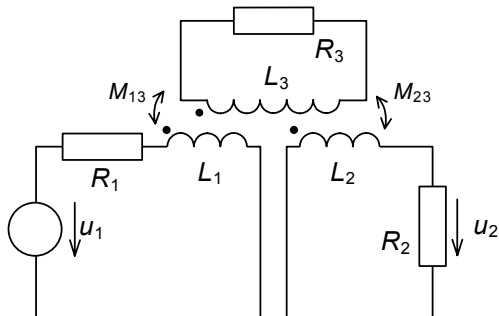
$R_1 = 100\Omega$ ,  $R_2 = 10\Omega$ ,  $L_1 = 0,5\text{H}$ ,  $L_2 = 0,8\text{H}$   
 $M = 0,5\text{H}$ ,  $C_1 = 10\mu\text{F}$ ,  $C_2 = 50\mu\text{F}$   
 $i_1 = 0,25 \cdot \sin 500t$  [A]

Vypočítajte (efektívny) fázor prúdu  $i_2$  pred a po rozpojení spojovacieho vodiča sv. (Kedy môžeme použiť náhradu pomocou T-článku a kedy nie?)

Riešenie:

- pred rozpojením:  $\bar{i}_2 = 0,1222 \angle -49,18^\circ$  [A]  
 po rozpojení:  $\bar{i}_2 = 0,0991 \angle -147,82^\circ$  [A]

## Príklad 64



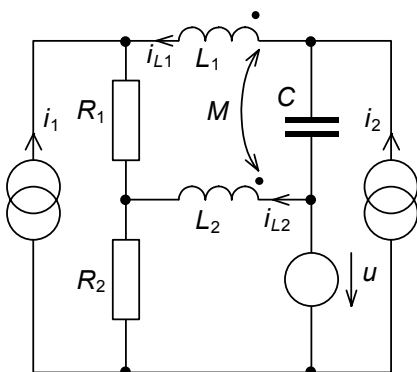
$R_1 = 10\Omega$ ,  $R_2 = 100\Omega$ ,  $R_3 = 5\Omega$ ,  
 $L_1 = L_2 = 0,2\text{H}$ ,  $L_3 = 1,8\text{H}$   
 koeficienty väzby  $k_{12} = 0$ ,  $k_{13} = 0,9$ ,  $k_{23} = 0,6$   
 $u_1 = 50 \cdot \cos 100t$  [V]

Vypočítajte napätie  $u_2$ .

Riešenie:

$$u_2 = 43,9 \cdot \cos(100t + 66,5^\circ) \text{ [V]}$$

## Príklad 65



$R_1 = 50\Omega$ ,  $R_2 = 100\Omega$   
 $L_1 = L_2 = 0,2\text{H}$ ,  $M = 0,15\text{H}$   
 $C = 200\mu\text{F}$   
 $u = 50 \cdot \cos \omega t$  [V]  
 $i_1 = 0,1 \cdot \sin \omega t$  [A]  
 $i_2 = 0,5 \cdot \sin(\omega t + 30^\circ)$  [A]  
 $f = 50\text{Hz}$

Vypočítajte  $i_{L1}$ ,  $i_{L2}$ .

Riešenie:

- $i_{L1} = 0,6506 \cdot \cos(314,16t + 39^\circ)$  [A]  
 $i_{L2} = 0,2943 \cdot \cos(314,16t + 118,7^\circ)$  [A]